

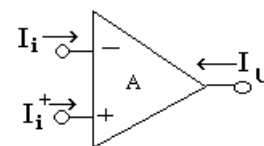
Enrico Tombelli

ITC "A. Volta" - Bagno a Ripoli - Firenze
(e.tombelli@libero.it)

AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

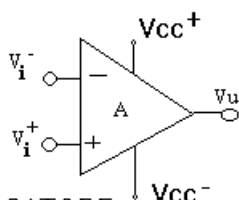
AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

Gli Amplificatori Operazionali (A.O.) sono dei dispositivi elettronici costituiti da circuiti integrati che hanno la funzione di amplificare uno o più segnali posti in ingresso (p.e. μA 741); sono, pertanto un dispositivi ANALOGICI. Il simbolo dell'AO è riportato nella figura a lato; in essa si osserva che sono disponibili due ingressi bilanciati¹ (V_i^- ingresso INVERTENTE e V_i^+ ingresso NON INVERTENTE)



e per questo è detto anche AMPLIFICATORE DIFFERENZIALE. Infatti viene amplificata la DIFFERENZA di tensione fra gli ingressi. Le due V_{cc} (+ e -) sono le tensioni di alimentazione che possono andare da +15V a - 15V.

NB: V_{cc}^- non è detto che sia negativa.



AMPLIFICATORE
OPERAZIONALE

La relazione che lega l'uscita all'ingresso è la seguente:

$$V_u = A (V_i^+ - V_i^-)$$

dove "A" è il coefficiente amplificativo detto "AMPLIFICAZIONE". Le caratteristiche più importanti sono:

- (A) **AMPLIFICAZIONE INFINITA** (nella realtà è dell'ordine del 100.000). Il valore deve essere più alto possibile in modo da far dipendere le caratteristiche del circuito nel suo insieme² solo dalle componenti di polarizzazione (resistenze e capacità) che essendo di tipo passivo hanno una migliore stabilità. Inoltre, se le caratteristiche di tutto il circuito dipendono dalla rete di polarizzazione è possibile progettare il circuito dimensionando solo le resistenze e le capacità.
- (R_i) **RESISTENZA DI INGRESSO INFINITA** (nella realtà è dell'ordine del M Ω) La resistenza di ingresso è quella che limita la corrente di ingresso. Se la resistenza è alta la corrente di ingresso, che a sua volta è fornita dal dispositivo a monte, è piccola. In questo modo non si assorbe corrente dal dispositivo che pilota l'operazionale. In caso contrario necessita che il dispositivo a monte, oltre che fornire un tensione dovrebbe fornire POTENZA e non sempre questo è possibile.
- (R₀) **RESISTENZA DI USCITA NULLA** (nella realtà è dell'ordine dei 100 Ω). Questo per evitare l'effetto contrario a quello precedentemente descritto. Infatti, l'uscita dell'A.O. si comporta come un generatore di tensione con una resistenza interna che limita la la corrente e impedisce il trasferimento completo della potenza al circuito a valle.
- (B) **BANDA PASSANTE** da 0 a INFINITO (nella realtà va da 0 ai 10 Mhz). Il fatto che la banda passante sia infinita è intuibile.

Come già spiegato, l'AO, per funzionare ha bisogno di un circuito di polarizzazione, a seconda del quale può svolgere una o un'altra funzione. Si vengono quindi ad avere delle configurazioni standard che si dividono in LINEARI (nel caso valga il PSE e quindi si comportino da "sistema lineare") e NON LINEARI.

- AMPLIFICATORE INVERTENTE

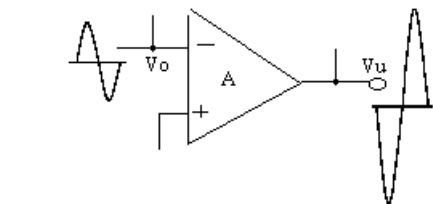
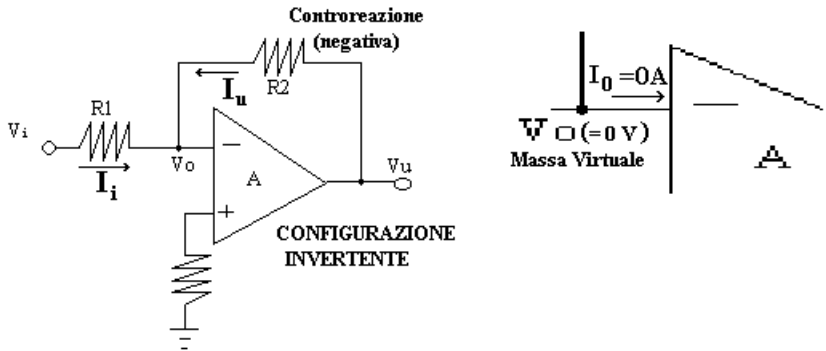
¹ Ingressi bilanciati vuole dire che se vengono alimentati con lo stesso segnale l'uscita è nulla e pertanto le due tensioni non sono riferite direttamente a massa, ma a se stesse (una rispetto all'altra).

² L'AO per funzionare necessita di un circuito esterno di polarizzazione costituito generalmente da reti RC.

Prima di calcolare le caratteristiche di questa configurazione è utile precisare che la corrente in ingresso all'AO (I_o ; vedi ingresso invertente) è nulla perché la resistenza di ingresso è infinita. Inoltre la tensione V_o è anch'essa nulla per ragioni spiegate più avanti, pertanto il punto V_o è detto MASSA VIRTUALE.

- CONTROREAZIONE

La resistenza R_2 riporta il segnale di uscita all'ingresso dell'AO. Questa tecnica è detta CONTROREAZIONE. In questo caso il segnale di uscita è riportato in ingresso "ribaltato" o meglio in CONTROFASE³ rispetto a quello di ingresso. In risposta ad un eventuale aumento del segnale V_o il segnale di uscita V_u diminuisce molto di più di quello di ingresso a causa della forte amplificazione che peraltro è NEGATIVA. La controreazione riporta tale diminuzione in ingresso compensando l'abbassamento della V_o . Nel caso che V_o si porti al di sotto dello zero si ha l'effetto opposto e quindi l'unica posizione di equilibrio è $V_o=0V$. Questo tipo di controreazione è detta NEGATIVA in quanto tende dare un effetto stabilizzante (il segnale di uscita viene riportato in controfase in ingresso; viceversa si dice controreazione positiva⁴).



D'altra parte $V_o \neq 0V$ porterebbe V_u all'infinito (idealmente, in effetti la tensione V_u non va mai oltre le due tensioni di alimentazione V_{cc}^+ e V_{cc}^- . In questo caso si dice che c'è SATURAZIONE). Non accadendo ciò è chiaro che tale condizione è soddisfatta solo per $V_o=0$ (o comunque molto piccolo) dato che $V_u = A \cdot V_o$. Da quanto detto si capisce che nella realtà V_o non è proprio nullo, ma ha un valore $V_o = V_u / A$ (p.e. con $V_u = 3V$ e $A = 100.000$ si ha una $V_o = 30\mu V$). In ogni caso la v_o è tanto più bassa quanto più alta è

l'amplificazione. Per questo si dice che V_o è a MASSA VIRTUALE, ovvero è allo stesso potenziale di massa senza esserci collegato direttamente.

- GUADAGNO DELLA CONFIGURAZIONE INVERTENTE

Dal circuito si osserva che $I_1 + I_u - I_o = 0$ (primo princ. Kirckoff al nodo V_o). Dato che $I_o = 0$ si ottiene: $I_i = -I_u$

Applicando la legge di OHM alla resistenza R_1 si ha: $V_i - V_o = I_i \cdot R_1$ ($V_o = 0V \Rightarrow V_i = I_i \cdot R_1$)

Applicando la legge di OHM alla resistenza R_2 si ha: $V_u - V_o = I_u \cdot R_2$ ($V_o = 0V \Rightarrow V_u = I_u \cdot R_2$)

Dividendo membro a membro le due ultime equazioni e tenendo conto che $I_u = -I_i$ si ha l'espressione del guadagno (**G**) della configurazione invertente.

$$G = \frac{V_u}{V_i} = \frac{I_u \cdot R_2}{I_i \cdot R_1} = - \frac{R_2}{R_1}$$

Si può osservare che:

- il guadagno della configurazione è negativo. Ciò significa che aumenti di V_i provocano una diminuzione di V_u .

³ Cioè se V_o è positivo V_u è negativo.

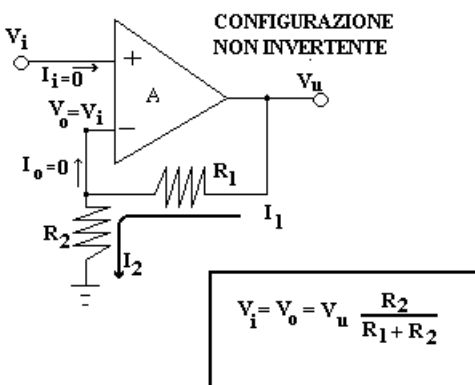
⁴ la CONTROREAZIONE POSITIVA da un effetto di INSTABILITA' e viene sfruttata nei generatori di oscillazione o dove è in genere utile un effetto esaltante.

- il guadagno dipende solo dalle resistenze R_1 e R_2 .

Similmente possiamo calcolare la resistenza di ingresso di tutto lo stadio amplificatore, definita come il rapporto fra la tensione V_i (misurata rispetto a massa) e la corrente assorbita in ingresso (I_i). Dalla equazione di ingresso si ottiene $V_i = V_o - R_1 \cdot I_i$. Dividendo per la corrente di ingresso (I_i) si ottiene che la resistenza di ingresso dello stadio amplificatore è $Z_i = R_1$ (ovvero è esattamente la resistenza R_1). (p.e. $R_1 = 100\Omega$ e $R_2 = 500\Omega \Rightarrow G = 5$, $Z_i = 100\Omega$).

- CONFIGURAZIONE NON INVERTENTE

Per avere amplificazione positiva (non invertente) non è possibile adottare il circuito speculare di quella invertente, perché la controreazione positiva porterebbe ad instabilità. Per questo il circuito non invertente è quello di figura. Il guadagno si ottiene similmente a quello per la precedente configurazione, ma con la variante che non c'è la massa virtuale. Infatti, la controreazione negativa fa sì che la differenza di potenziale fra i due ingressi sia nulla e quindi le tensioni di ingresso rispetto a massa sono uguali ($V_i = V_o$). V_o si calcola tramite la legge del partitore resistivo applicato alle resistenze R_1 e R_2 (V_o è la tensione ai capi della resistenza R_2) e da ciò si ottiene l'espressione di V_i



$$V_u = V_i \frac{R_1 + R_2}{R_2} = V_i \left[\frac{R_1}{R_2} + 1 \right] = V_i \left[\frac{R_1}{R_2} + 1 \right]$$

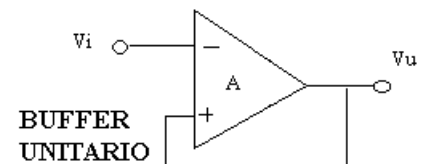
$$G = \frac{V_u}{V_i} = \left[\frac{R_1}{R_2} + 1 \right]$$

riportata sotto al disegno. Esplicitando V_u e dividendo successivamente per V_i si ottiene l'espressione del guadagno della configurazione.

Si può osservare che la resistenza di ingresso di tutto lo stadio è quella di ingresso all'AO, ovvero infinita.

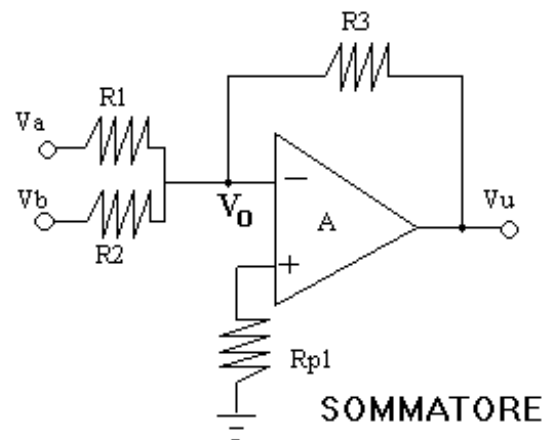
- BUFFER UNITARIO (G=1)

È un caso particolare della configurazione non invertente nella quale l'obiettivo è un guadagno $G = 1$. Per questo basta porre nella configurazione non invertente $R_2 = \infty$ (ovvero sconnettere la resistenza R_2) e/o $R_1 = 0$ (la resistenza R_1 diviene un corto circuito). Si ottiene allora una configurazione che ha guadagno unitario detta appunto "Buffer unitario". Questa configurazione serve per isolare due stadi in cascata in modo che quello che sta a valle non assorba corrente da quello che sta a monte. Si deve notare infatti che la corrente assorbita in ingresso è nulla.



- SOMMATORE

Questa configurazione produce in uscita la somma pesata delle tensioni di ingresso svolgendo così una azione di MIXAGGIO dei due segnali di ingresso. La relazione fra uscita e ingresso si ottiene in modo simile a quella



$$V_u = - \left[V_a \left(\frac{R_1}{R_3} \right) + V_b \left(\frac{R_2}{R_3} \right) \right]$$

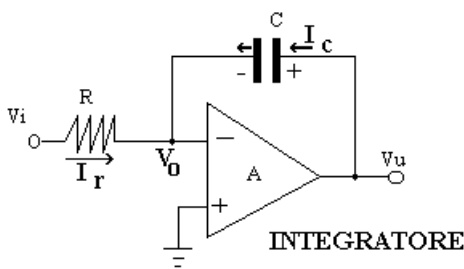
calcolata per la configurazione invertente e tenendo conto che il punto Vo è a massa virtuale. L'unica variante è che questa volta ci sono due correnti di ingresso I₁ (su R₁) e I₂ (su R₂). Per il I° principio di Kirckoff si ha

$$I_u = -I_1 - I_2$$

Sostituendo le espressioni delle correnti con i rapporti fra le tensioni e le relative resistenze si ottiene l'espressione della Vu.

Nel caso particolare in cui le resistenze siano tutte uguali la Vu è la somma esatta delle tensioni di ingresso Vu = - (Va + Vb) a parte il segno negativo.

- INTEGRATORE



L'integratore è una configurazione che svolge una operazione matematica detta INTEGRALE. In questo tipo di circuito non c'è un guadagno vero e proprio, in quanto la tensione di uscita varia continuamente e comunque. È possibile però ricavare la relazione che lega la Vu alla Vi (e al tempo). Per fare questo si deve tenere conto delle espressioni che governano la capacità. La tensione ai capi

legge del condensatore

$$\Delta Q = \Delta V \cdot C \quad \Delta V_u = \frac{\Delta Q}{C}$$

$$\Delta V_u = \frac{\Delta Q}{C \cdot \Delta t} \quad (I_c = \frac{\Delta Q}{\Delta t})$$

$$\Delta V_u = \frac{I_c}{C} \Delta t$$

del condensatore è esattamente la Vu (Vo=0) quindi tutte le sue vicissitudini sono quelle della tensione ai capi del condensatore (C). Inoltre Si deve mettere in relazione la corrente che scorre attraverso⁵ il condensatore (Ic) con il potenziale (o meglio la sua variazione nel tempo ΔVu(t) prodotta dalla corrente stessa e dovuta all'accumulazione sempre maggiore di cariche sull'armatura). Partendo dalla proporzionalità fra carica ΔQ accumulata nel tempo Δt e la corrispondente variazione della differenza di potenziale ΔVu(t) si ottiene la relazione cercata.

$$I_c = -I_r = -\frac{V_i}{R}$$

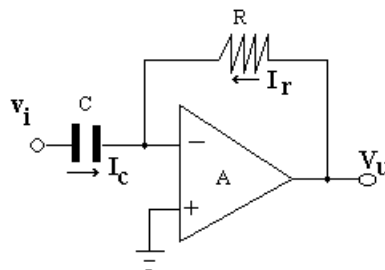
$$\Delta V_u = \frac{I_c}{C} \Delta t = -\frac{V_i}{RC} \Delta t$$

Rifacendo gli stessi passaggi svolti per la configurazione invertente (compreso il concetto di massa virtuale) si ottiene la relazione fra la ΔVu(t) e la tensione di ingresso Vi.

Si deve osservare che per Vi=0 si ha una ΔVu(t)=0, ovvero una tensione Vu costante. Per tensione di ingresso Vi costante quella di uscita varia linearmente col tempo. Questo fenomeno è tipico di grandezze che stanno fra loro tramite una relazione integrale (p.e. velocità e Spazio; velocità costante comporta una variazione costante nel tempo dello spazio, ovvero lo spazio cresce linearmente col tempo).

- DERIVATORE

È la configurazione complementare all'integratore in quanto il condensatore e la resistenza sono scambiati. Svolgendo i calcoli in maniera



$$I_c = -I_r = -\frac{V_u}{R}$$

$$\Delta V_i = \frac{I_c}{C} \Delta t = -\frac{V_u}{RC} \Delta t$$

$$V_u = -RC \cdot \frac{\Delta V_i}{\Delta t}$$

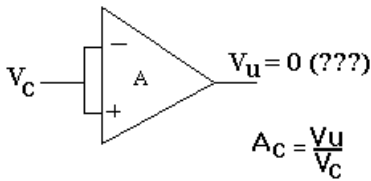
⁵Ricordo che nel mezzo al condensatore c'è un isolante e quindi non può scorrere corrente. Le cariche positive che comunque si accumulano dalla parte destra rendono più positiva tale armatura. Il potenziale così instaurato richiama per attrazione cariche negative sull'altra armatura, o equivalentemente da quest'ultima fuggono cariche positive in eguale misura. All'apparenza quindi le cariche positive che entrano nell'armatura di destra escono da quella di sinistra creando l'illusione che la corrente attraversi il condensatore.

simmetrica a quanto fatto prima si ottiene la relazione che lega la V_u alla variazione della tensione di ingresso ΔV_i .

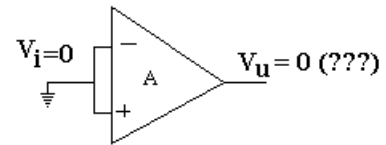
Si osserva che nel caso del derivatore, per avere tensione in uscita è necessario variare quella di ingresso; per tensioni di ingresso costanti si ha una tensione di uscita nulla.

- PARAMETRI DI BONTA' DI UN AO.

CMRR (Common Mode Rejection Ratio). Collegando insieme gli ingressi dell'AO si dovrebbe ottenere una tensione di uscita nulla in quanto la differenza di ingresso da amplificare è zero. In effetti si osserva che nella realtà la V_u è pressoché proporzionale alla V_i comune. Per tenere conto di tale effetto che agisce sulla MEDIA fra i due segnali di ingresso si rileva un parametro di amplificazione detto AMPLIFICAZIONE DI MODO COMUNE e che è il rapporto fra la tensione comune (V_c) e quella di uscita V_u . Ovviamente tale effetto è indesiderato e quindi un AO è tanto migliore quanto più bassa è l'amplificazione di modo comune (A_c). Dato che l'effetto è più rilevante se l'amplificazione differenziale non è particolarmente alta (ovvero quella ordinaria dell'AO, che per non confonderla con quella indesiderata è detta AMPLIFICAZIONE DI MODO NORMALE A_d) si identifica la bontà dell'AO tramite il rapporto



A_d/A_c . Tale rapporto prende il nome di REJEZIONE DI MODO COMUNE (CMRR) e deve essere più alto possibile.



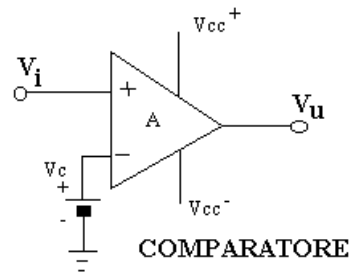
Si deve inoltre tener conto che in realtà a tensioni di ingresso nulle la tensione di uscita non è nulla come deve essere. La tensione di ingresso di modo comune che azzerava l'uscita è detta tensione di OFFSET (V_c -offset) e dovrebbe essere idealmente nulla. Tenendo conto quindi dell'amplificazione di modo comune e dell'offset la forma più completa che lega la tensione di uscita a quelle di ingresso è quella sotto riportata.

- CONFIGURAZIONI NON LINEARI

L'AO, pur essendo tipicamente lineare per natura, il fatto di avere una amplificazione idealmente infinita ne fa un dispositivo NON LINEARE in quanto anche piccole tensioni di ingresso (positive o negative) lo mandano immediatamente in SATURAZIONE. Infatti basta una piccola differenza di tensione fra gli ingressi che l'uscita

$$V_u = A_d (V_i^+ - V_i^-) + A_c \left[\frac{(V_i^+ + V_i^-)}{2} + V_c^{offset} \right]$$

sale all'infinito (in realtà si porta al valore massimo costituito dalla tensione di alimentazione positiva V_{cc}^+). Se la stessa tensione si inverte l'uscita si porta al minimo valore possibile, ovvero alla tensione di alimentazione negativa (V_{cc}^-).



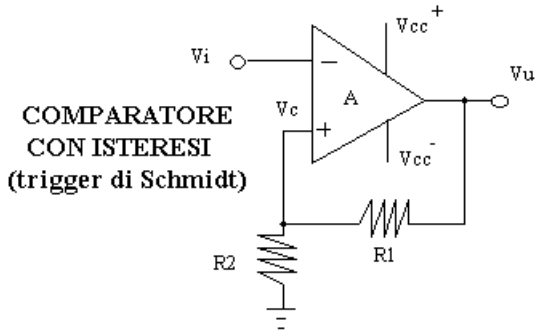
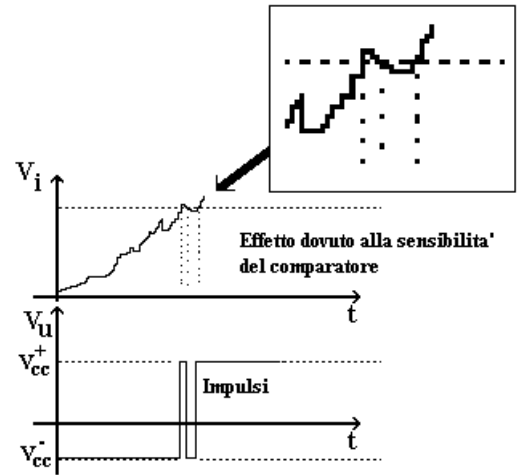
Questo fenomeno può essere comunque utilizzato per svolgere delle comparazioni. In questo caso l'AO si comporta come un comparatore. (Vedi figura) Se la V_i supera la V_c (tensione di confronto) la V_u acquisisce il valore della alimentazione positiva (V_{cc}^+); se invece la V_i è minore della V_c allora la V_u si porta al valore di alimentazione negativa (V_{cc}^-).

- COMPARATORE CON ISTERESI (TRIGGER DI SCHMIDT)

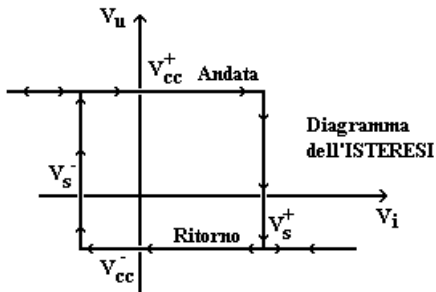
Il comparatore visto in precedenza ha il problema di essere particolarmente sensibile nell'intorno della tensione di confronto (tensione di SOGLIA). Infatti se immaginiamo di applicare al comparatore una tensione crescente

(o decrescente) che parte dal di sotto della soglia e aumenta fino ad incontrarla tutto funziona egregiamente finché la tensione di

ingresso è lontana dalla V_c , ma quando si avvicina, piccoli transitori o perturbazioni nell'intorno di essa producono in uscita una sequenza di impulsi che può essere deleteria per i circuiti a valle. Tale fenomeno può



esse evitato tramite retroazione POSITIVA come in figura.



L'azione della retroazione è quello di produrre due soglie ognuna corrispondente ad una delle due tensioni di alimentazione.

Infatti possiamo dire che la tensione V_c è data dal partitore della V_u

$$V_c = V_u \frac{R_2}{R_2 + R_1} \begin{cases} V_u = V_{cc}^+ \Rightarrow V_s^+ = V_{cc}^+ \frac{R_2}{R_2 + R_1} & \text{SOGLIA SUPERIORE} \\ V_u = V_{cc}^- \Rightarrow V_s^- = V_{cc}^- \frac{R_2}{R_2 + R_1} & \text{SOGLIA INFERIORE} \end{cases}$$

(che può assumere solo i due valori delle alimentazioni). Il fenomeno quindi si sviluppa così:

1. Se V_u è a livello alto ($=V_{cc}^+$), anche la soglia è alta (V_s^+), Pertanto la tensione di ingresso deve superare tale soglia per far commutare il dispositivo. Una volta superata la soglia superiore l'uscita va a livello basso ($=V_{cc}^-$), e di conseguenza cambia anche la soglia (V_s^-).
2. Quando la tensione di soglia ricomincia a scendere, la soglia attiva è ora quella bassa e quindi niente succede finché non si va al di sotto di essa, dopodiché la soglia ritorna alta. Si dice allora che il dispositivo ha una ISTERESI, ovvero il "percorso" che viene fatto all'andata è diverso da quello percorso al ritorno.

In questo modo si discrimina meglio il passaggio dal livello alto a quello basso e viceversa.

- AMPLIFICATORI OPERAZIONALI (esercizi)

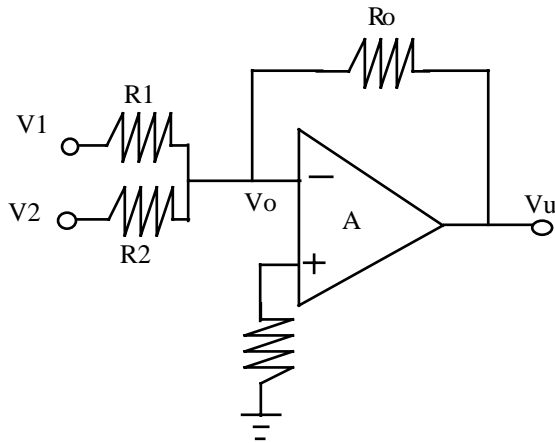
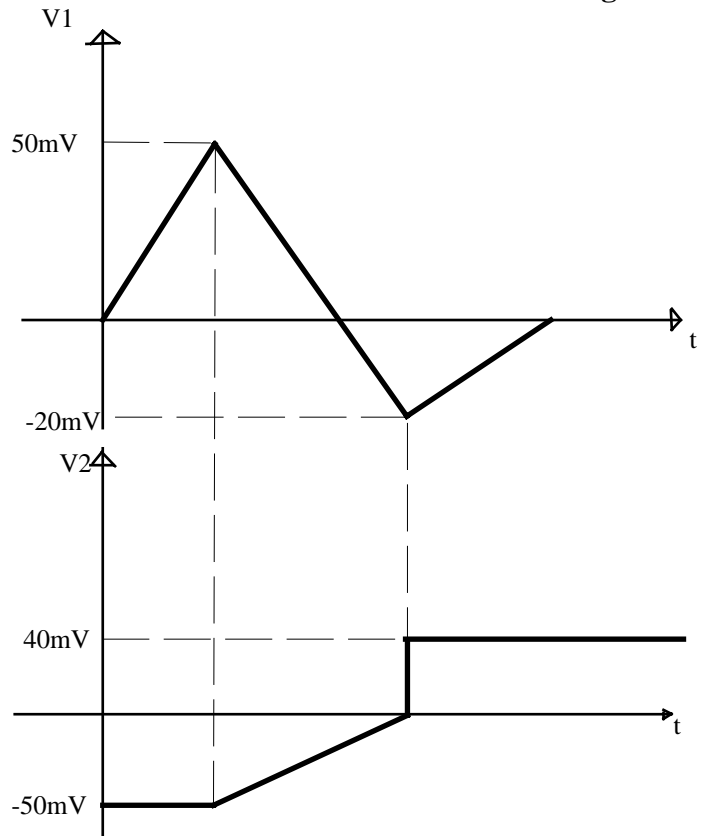


Figura A

Esercizio N.1

- A) Nel circuito di fig. 1, ricavare l'espressione del segnale V_u in funzione dei due segnali di ingresso V_1 e V_2 .
 B) Se $R_0 = 10K\Omega$, $R_1 = 1K\Omega$ e $R_2 = 5K\Omega$, graficare il segnale di uscita V_u supponendo che i segnali di ingresso siano quelli di fig. 2.

Figura 2

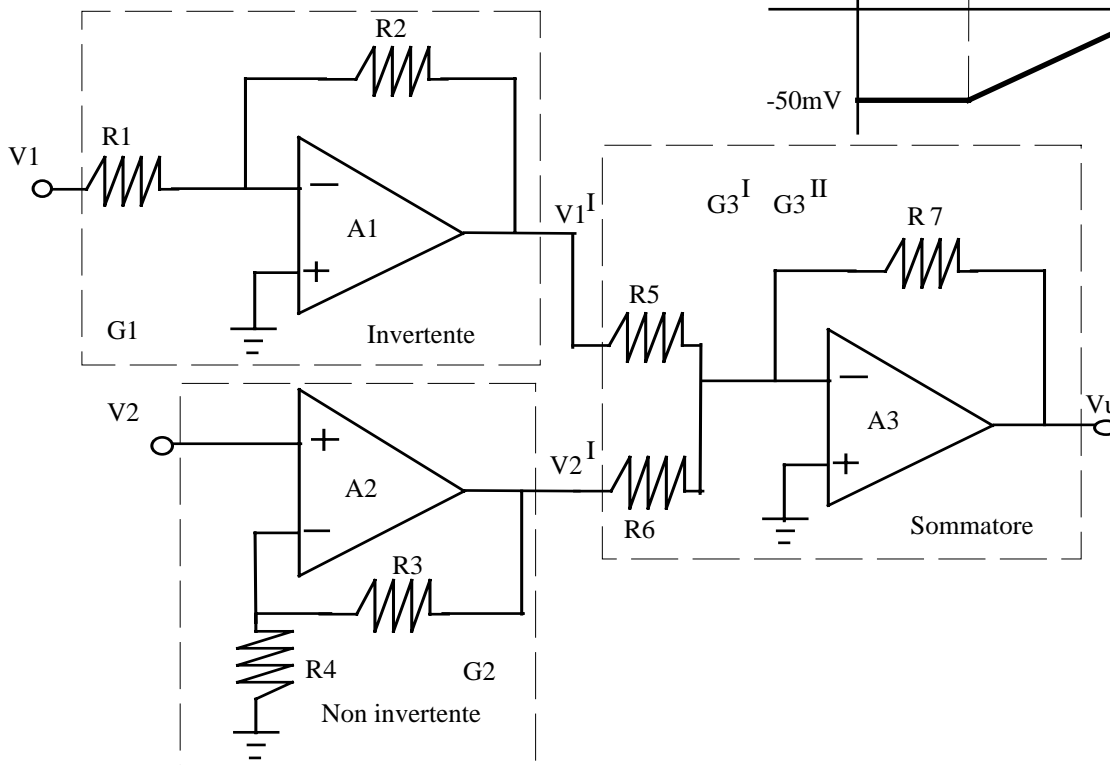


Esercizio N. 2

Progettare una rete sommatrice a tre ingressi che abbia una impedenza di ingresso minima di $1K\Omega$ e che i canali abbiano guadagno di 1, 5 e 10.

Esercizio N. 3

- A) Dato il circuito di fig. 3, calcolare l'espressione dei guadagni di ogni singolo blocco ($G1, G2, G3^I, G3^{II}$).
 B) Scrivere l'espressione globale di tutto il circuito esplicitando $V_u = f(V_1, V_2)$.
 C) Calcolare il valore della V_u per resistenze uguali e



per valore di $V_1 = 3$ mV e $V_2 = 10$ mV.
 D) Graficare il valore di V_u corrispondente a quelli di V_1 e V_2 della fig. 2.

Esercizio N. 4

Fissato $R = 6M\Omega$, $C = 300nF$, nel circuito di fig. 4 e imponendo in ingresso la tensione V_i del relativo grafico, tracciare il

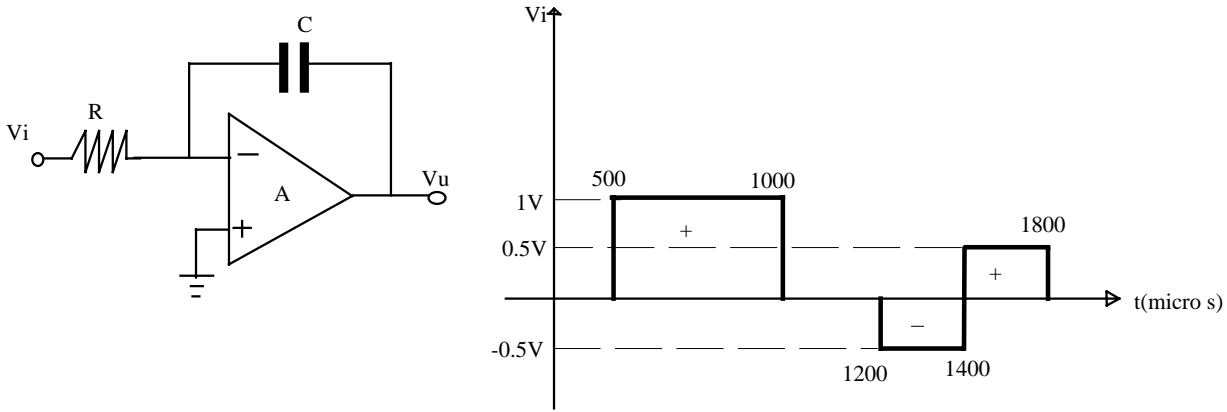


Figura 4

diagramma della tensione V_u .

NB. il condensatore è inizialmente carico a 1.5V ($V_u = +1.5V$).

Esercizio N. 5

Fissato $R = 8M\Omega$ e $C = 5\mu F$ nel circuito di fig. 5 e imponendo in ingresso la forma d'onda V_i del relativo grafico, trovare la forma d'onda V_u di uscita.

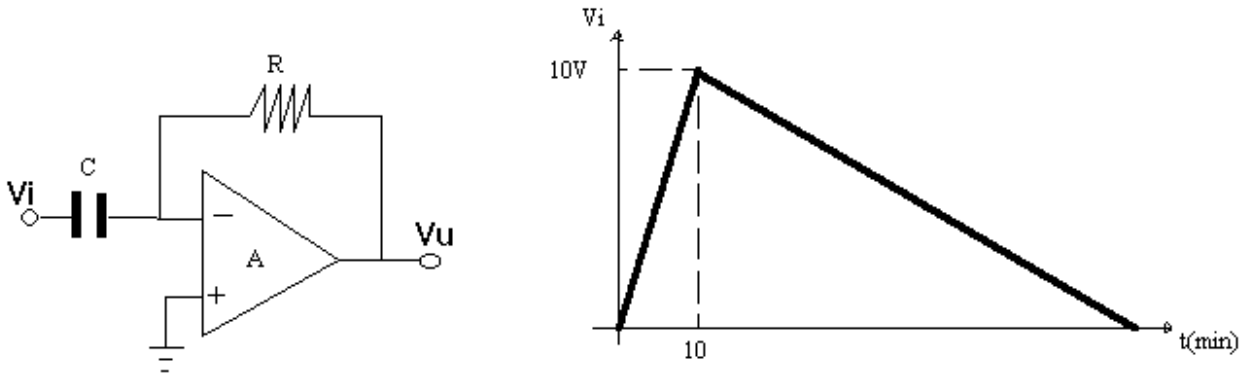


Tabella A

	V_c	V_{cc}^+	V_{cc}^-
A	5V	8V	0V
B	0V	8V	-2V
C	-6V	15V	-15V
D	-12V	5V	-10V

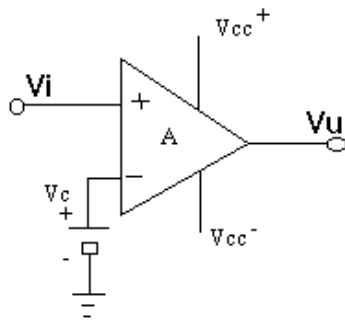


Figura 6

Tabella B

	V_{cc}^+	V_{cc}^-	R1	R2
A	15V	-15V	8K	2K
B	+10V	0V	2K	8K
C	5V	-5V	5K	5K
D	0V	-10V	1K	10K
E	10V	-5V	10K	1K

Esercizio N. 6

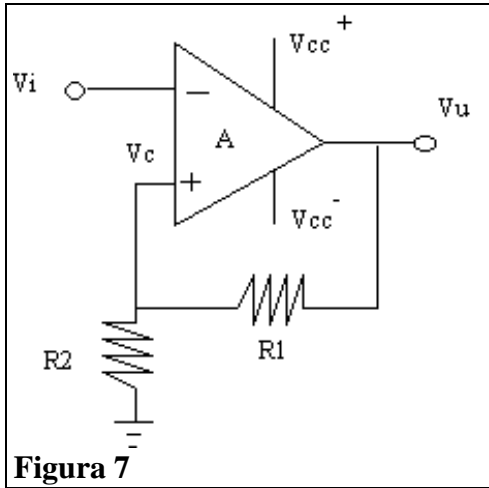
Al circuito di fig. 6 viene applicato in ingresso il segnale di fig. 9 nelle condizioni riportate nella tabella 1. Disegnare il grafico della V_u corrispondente.

Esercizio N. 7

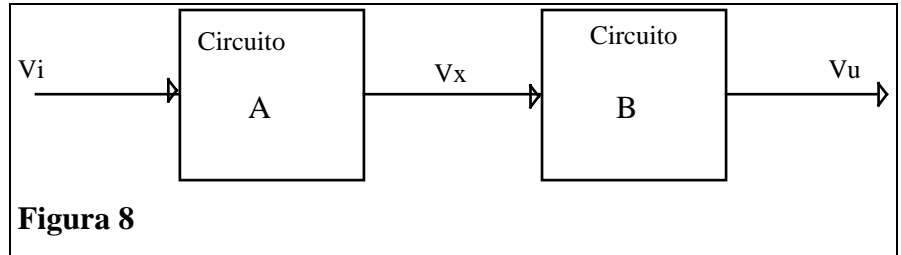
Ripetere l'esercizio 6 con il circuito di fig. 7 e con i dati della tabella 2.

Esercizio N. 8

Con riferimento al circuito di fig. 11 e al relativo grafico della tensione di ingresso, graficare l'andamento di V_u sapendo che $R=2K\Omega$ e che $C=5\mu F$. Ripetere l'esercizio supponendo che C contenga inizialmente $300 Ge^-$ ($V_u < 0$).



Disegnare la caratteristica V_i/V_u relativa al circuito di fig. 6, tenendo conto che l'amplificazione non è infinita, ma $A=1000$ ($V_c=3V$, $V_{cc+}=10V$ e $V_{cc-}=0V$).



Esercizio N. 9

I segnali ricavati negli esercizi 6 e 7 vengono applicati all'ingresso di un integratore le cui caratteristiche sono : $C=50\mu F$, $R=8K\Omega$. Per tutti i

segnali ricavati:

A) Tracciare i diagrammi del segnale di uscita V_u nel caso in cui non si tenga conto della saturazione.

B) Ripetere A) tenendo conto della saturazione sapendo che l'integratore è alimentato con $V_{cc+}=10V$, e $V_{cc-}=-5V$

Esercizio. 10

I circuiti A e B (Vedi fig. 8) sono rispettivamente un integratore, con $C=5\mu F$ e $R=2M\Omega$ e un derivatore con $R=50K\Omega$ e $C=80nF$. Tracciare il diagramma della V_u (con condensatori inizialmente scarichi) sapendo che in ingresso la tensione V_i è quella del grafico di fig. 4 (tenere conto delle saturazioni noto che $V_{cc}=\pm 15V$ per entrambi gli operazionali).

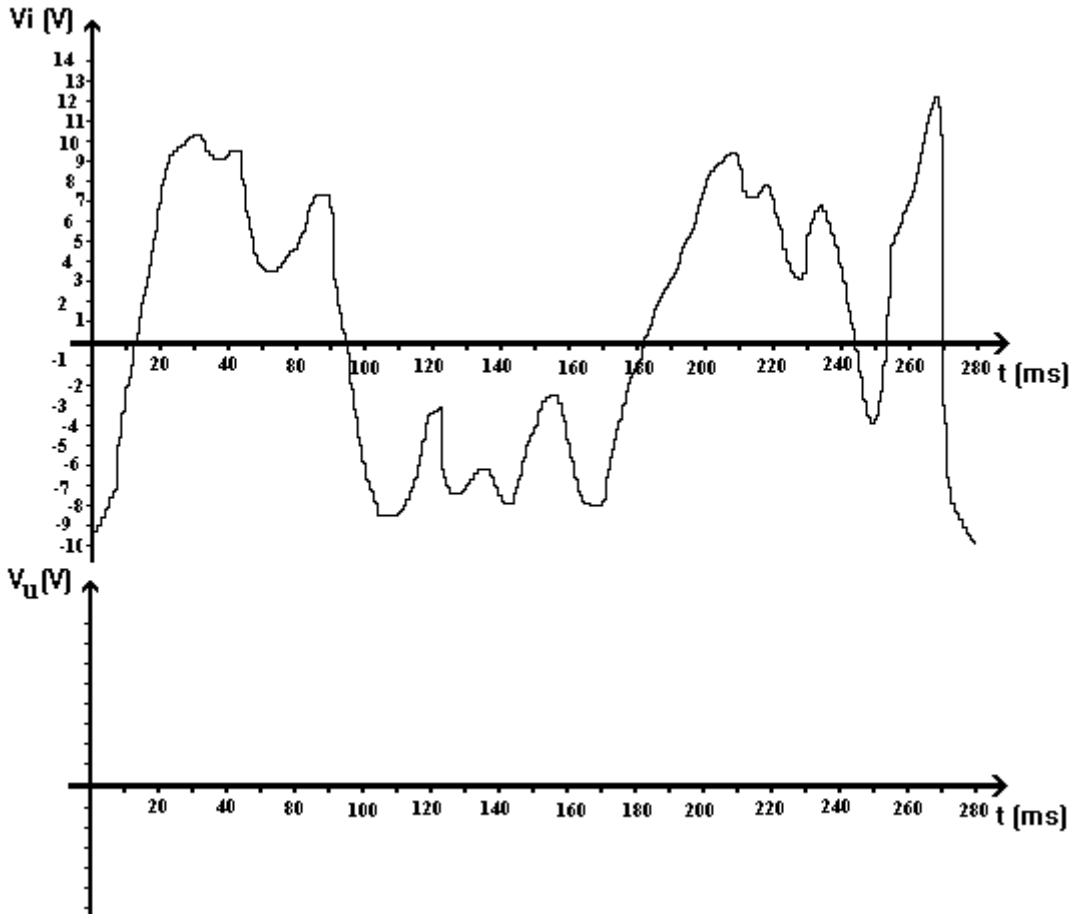


Figura 9

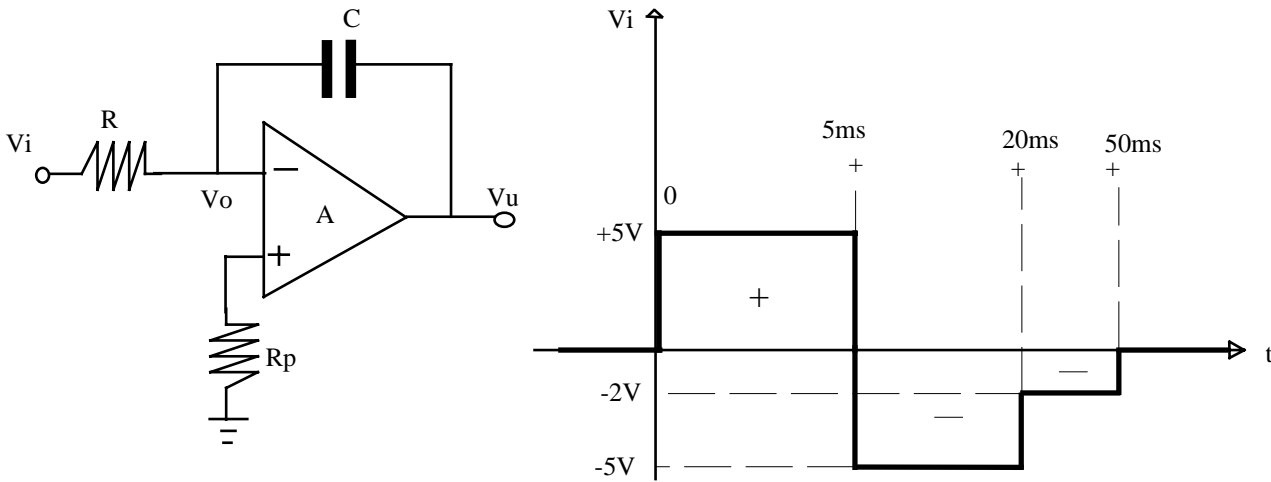


Figura 11

Esercizio N. 11

Con riferimento alla figura 10 calcolare in modo letterale i tre guadagni G_{1a} , G_{1b} , G_2 , e le resistenze tali che $V_u = 5V_a + 2V_b$

Esercizio N. 12

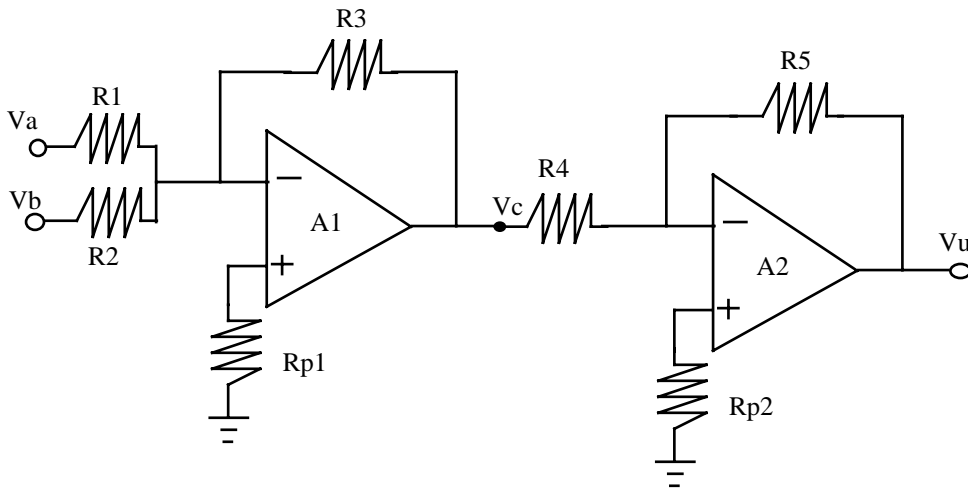


Figura 10

- 1) Dire quali sono le tensioni di soglia del comparatore di fig. 13 e disegnare i diagrammi V_i/V_u .
- 2) Dato il segnale (fig. 12) di ingresso V_i applicato al circuito di fig. 13 disegnare il diagramma del segnale di uscita V_u .

