• ONDE ELETTROMAGNETICHE

LDT Vol 1 (Pg 69)

Sono rette dalle equazioni di MAXWELL (JAMES CLERK 1831/1879) sono 4:

NABLA

$$\begin{cases} (1)\ \nabla \cdot E = 0 \\ (2)\ \nabla \cdot H = 0 \\ (3)\ \nabla \times H = \varepsilon \cdot \dfrac{\partial E}{\partial t} \\ (4)\ \nabla \times E = -\mu \dfrac{\partial H}{\partial t} \end{cases}$$

$\cdot$: Prod. scalare
$\times$: vettoriale

- E = campo elettrico (vettore V/m)
- H = campo magnetico (" A/m)

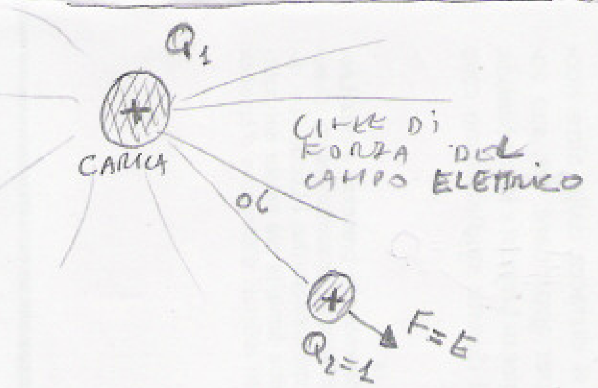
- ε = costante dielettrica (F/m)
- μ = permeabilità magnetica (L/m)

- $\nabla \cdot (\ )$ operatore divergenza (Prodotto scalare "$\cdot$")
- $\nabla \times (\ )$ " rotore (Prodotto vettoriale "$\times$")

Descrivono il comportamento delle onde elettromagnetiche formate dalla interazione del campo ELETTRICO con quello MAGNETICO.

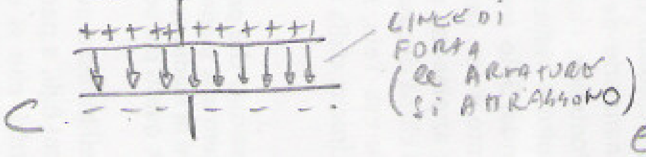
• CAMPO ELETTRICO ($\vec{E}$) si ottiene con la presenza di una carica. (Q_1 unm. = C)

È un vettore



"FORZA ESERCITATA DA Q_1 SU UNA CARICA $Q_2 = 1C$ UNITARIA" $\Rightarrow \dfrac{F}{Q_2}\left[\dfrac{N}{C}\right] = \dfrac{\Delta V}{d}\left[\dfrac{V}{m}\right]$

È PRESENTE NEL DIELETTRICO DI UN CONDENSATORE



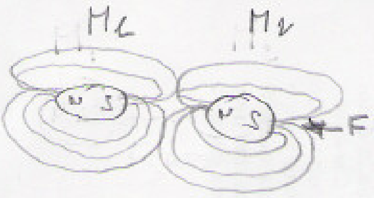
$C = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

COST. DIELETTRICA (F/m)

ε_0 = cost diel. vuoto $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ F/m

$$\boxed{I = C \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{dQ}{dt}}$$

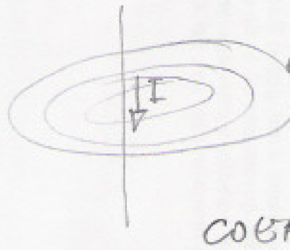
CAMPO MAGNETICO ($\vec{H}$)

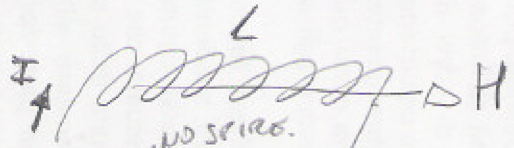


Si può ottenere in presenza di un oggetto magnetizzato (CALAMITA)

È UN VETTORE cioè la forza sviluppata da M_1 (MASSA MAGNETICA [Wb], WEBER) su una massa magnetica unitaria $\frac{F}{M_2}\left[\frac{N}{Wb}\right] = \frac{I}{l}\left[\frac{A}{m}\right]$

SI PUÒ PRODURRE ANCHE TRAMITE UNA CORRENTE CHE PERCORRE UN CONDUTTORE (SPOSTAMENTO DI CARICHE). MEGLIO ANCORA UN SOLENOIDE PERCORSO DA CORRENTE





N° SPIRE

$H = \frac{n \cdot I}{l}$ BIOT SAVAR

N° SPIRE

SUPERFICIE SPIRA

COEFF AUTOINDUZIONE $\times$ $L = \mu \cdot \frac{n S}{l}$

[H] HENRY

LUNG. CONDUTTORE

μ = PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL STRATO SOTTO SPIRE

($\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}$ H/m VUOTO)

NB

H è prodotto dallo spostamento delle cariche
(1) elettriche ovvero dei loro campi elettrici

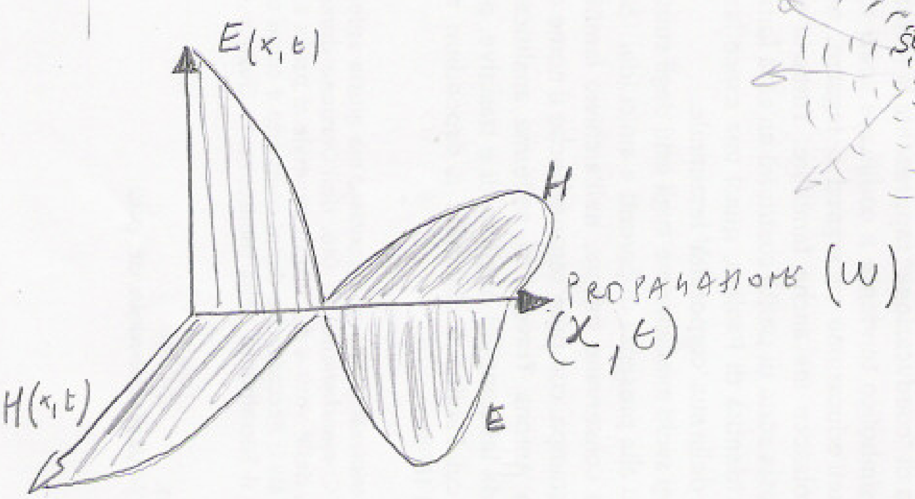
⇒ CAMPO ELETTRICO IN MOVIMENTO (VARIABILE) PRODUCE CAMPO MAGNETICO (TERZA LEGGE DI MAXWELL) legge di BIOT_SAVAR (3) $I = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV}{dt}$

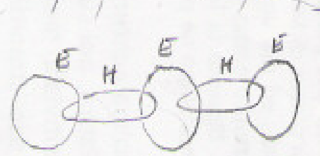
(2) D'ALTRA PARTE, IN UN CONDUTTORE (SPIRA O SOLENOIDE) INVESTITO DA UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE (H) SI VIENE A CREARE UNA F.E.M indotta secondo la legge di Lenz.
(QUARTA EQUAZ. DI MAXWELL (4)) $V = L \cdot \frac{dI}{dt}$

Si deduce quindi che producendo un campo magnetico (elettrico) variabile i.e. in modo sinusoidale, variando una corrente in un conduttore (la carica in una capacità) si ottiene un campo elettrico (magnetico) variabile che produce a sua volta un campo magnetico (elettrico) variabile innescando così un processo autosostenuto di onde ELETTRO-MAGNETICHE. Che non rimangono localizzate nello spazio ma si propagano allontanandosi in modo radiale dalla sorgente che ha generato il campo.

Continuo scambio di energia magnetica ed elettrica come avviene in un <u>circuito oscillante</u>

Similitudine con lo scambio di energia cinetica/potenziale nella propagazione del suono





Campi elettrico e magnetico concatenati

La propagazione in un mezzo di caratteristiche ideali avviene secondo le seguenti caratteristiche (derivate dalle leggi di Maxwell):

- omogeneo (caratteristiche costanti in tutti i p.ti dello spazio)
- a parametri costanti (caratteristiche E e H costanti nel tempo)
- isotropo (comportam. indipendente dalla direzione

1) H ed E (Vettori) si mantengono ORTOGONALI FRA LORO E FORMANO UN PIANO ORTOGONALE ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE

2) LA VELOCITÀ CON LA QUALE SI PROPAGANO (u, [m/s]) È DATA DALLA RELAZIONE (COSTANTE)

$$u = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$$

VELOCITÀ DI FASE (u)

VELOCITÀ DELLA LUCE (c)

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \\ \mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m} \end{cases} \Rightarrow c = u = 300'000\ \text{Km/s}$$

VUOTO

Sig 71

3) L'INTENSITÀ DEL CAMPO MAGNETICO (elettrico) SI MANTIENE IN OGNI ISTANTE/PUNTO PROPORZIONALE A QUELLA DEL CAMPO ELETTRICO (magnetico)

$$\boxed{H_{(x,t)} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E(x,t)}$$

Posto $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ IMPEDENZA CARATTERISTICA DEL MEZZO (SI MISURA IN OHM)

$$\boxed{H_{(x,t)} = \frac{1}{\eta} E(x,t)}$$

$$\eta = \frac{E(x,t)}{H(x,t)}$$

x il Vuoto $\eta = 377\ \Omega$ (HA LE DIM DI UNA RESIST. ELETTRICA)

LUNGHEZZA D'ONDA (λ) DISTANZA PERCORSA DALL'ONDA IN UN PERIODO

$$\lambda = u \cdot T = \frac{u}{f}$$

VELOCITÀ DI FASE (u)

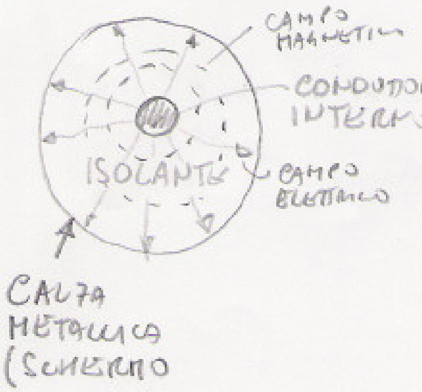
f	λ
50 Hz	6000 Km
50 KHz	6 Km
50 MHz	6 m
50 GHz	6 mm

) Pg 74

LINEE DI TRASMISSIONE BIFILARI

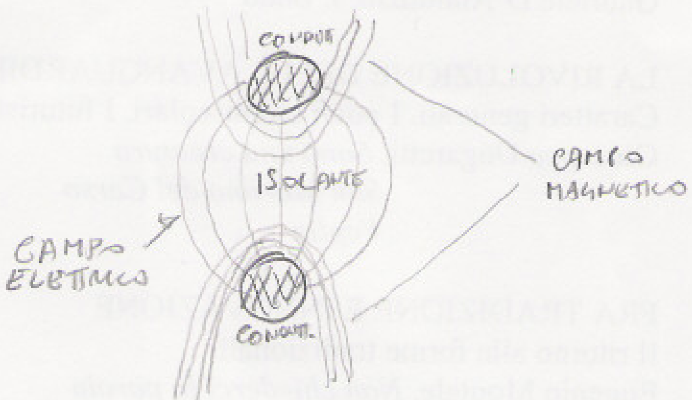
Pg 100

CAVO COASSIALE



L'energia è confinata all'interno dello schermo
⇒ si arriva a freq. + alte.
(f_{max} 1GHz)

LINEA BIFILARE



Tende a irradiare energia verso l'esterno in funzione diretta della frequenza
($f_{max} \simeq 10$ MHz)

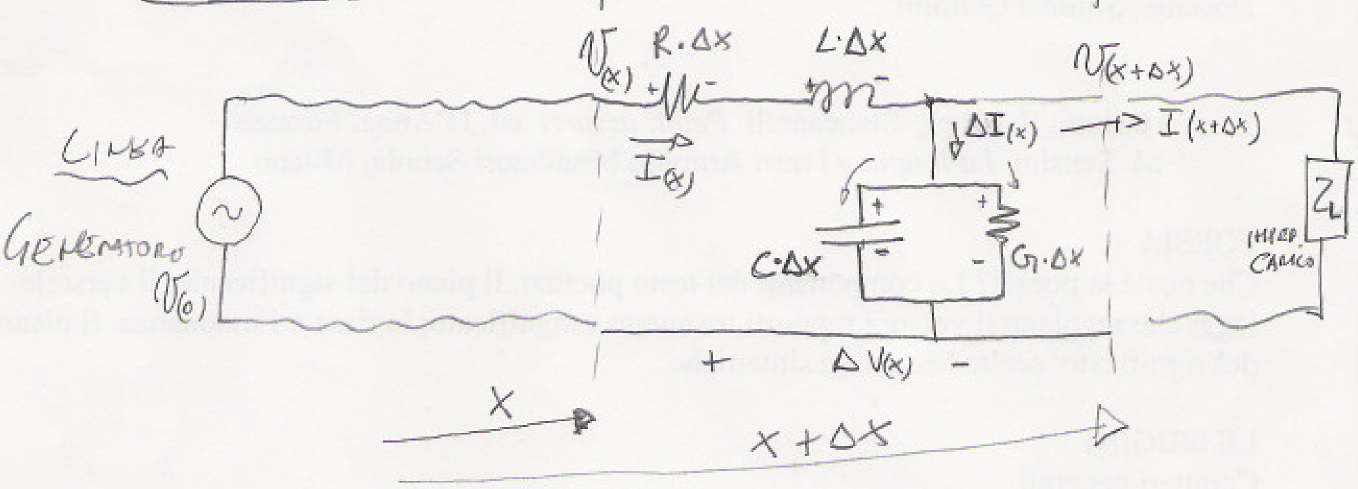
X alte freq. (λ piccola frazione della lunghezza della linea)
⇒ le cariche nei conduttori vibrano (elettroni) sollecitate dai campi elettrico e magnetico i quali si propagano alla velocità di fase "u" definita dall'isolante interposto fra i due conduttori. ($u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$)

$\boxed{u >>}$ velocità delle cariche nei conduttori.

- MODELLO ELETTRICO DI UNA LINEA BIFILARE
(Valido per $\lambda \ll$ lunghezza linea)

PER λ piccole rispetto al MODELLO A COSTANTI CONCENTRATE

⇒ SI DEVE USARE IL MODELLO A COSTANTI ELETTRICHE DISTRIBUITE



COSTANTI PRIMARIE DISTRIBUITE:

- R — Resistenza del cavo per unità di lung. (Ω/m) (PERDITE x EFF. JOULE)
- G — CONDUTTANZA " " " " (S/m) (PERDITE x DISPERSIONI)
- L — INDUTTANZA " " " " (H/m) FENOMENI INDUTTIVI DOVUTI ALLA CORRENTE
- C — CAPACITÀ " " " " (F/m) FENOMENI CAPACITIVI FRA I CONDUTTORI

$$
\begin{cases}
V(x+\Delta x) = V(x) - \overbrace{\left(R\cdot\Delta x + j\omega L\cdot\Delta x\right) I(x)}^{\Delta V(x)} \Rightarrow \dfrac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x} = -\left(R + j\omega L\right) I(x) \quad \left(\rightarrow \dfrac{\partial V(x)}{\partial x} \ (\text{se } \Delta x \to 0)\right) \\[2ex]
I(x+\Delta x) = I(x) - \overbrace{\left(G + j\omega C\right) V(x+\Delta x)}^{\Delta I(x)} \Rightarrow \dfrac{I(x+\Delta x) - I(x)}{\Delta x} = -\left(G + j\omega C\right) V(x+\Delta x) \quad \left(\rightarrow \dfrac{\partial I(x)}{\partial x} \ (\text{se } \Delta x \to 0)\right)
\end{cases}
$$

$$
\Rightarrow \begin{cases}
\dfrac{\partial V(x)}{\partial x} = -\left(R + j\omega L\right)\cdot I(x) \\[2ex]
\dfrac{\partial I(x)}{\partial x} = -\left(G + j\omega C\right) V(x)
\end{cases}
$$

SISTEMA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI LINEARI (A COEFF. COMPLESSI)

SOLUZIONE

$$\begin{cases} V_{(x)} = A \cdot e^{-\gamma x} + B e^{+\gamma x} \\ I_{(x)} = \dfrac{A e^{-\gamma x} - B e^{\gamma x}}{Z_0} \end{cases}$$

DOVE

- A, B : costanti complesse dipendenti dalle condizioni al contorno (estremi della linea)
- $Z_0 = \sqrt{\dfrac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$: impedenza caratteristica della linea (dipende dalle costanti primarie e dalla freq). È l'impedenza della linea vista dal generatore
- $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$: costante di propagazione (dipende dalle costanti primarie della linea e dalla freq.)

NB Z_0 e γ NON dipendono dalla lunghezza della linea né dal carico Z_L

Posto $\gamma = \underbrace{\alpha}_{Re(\gamma)} + j\underbrace{\beta}_{Imm(\gamma)} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \Rightarrow$

Costante di propagazione

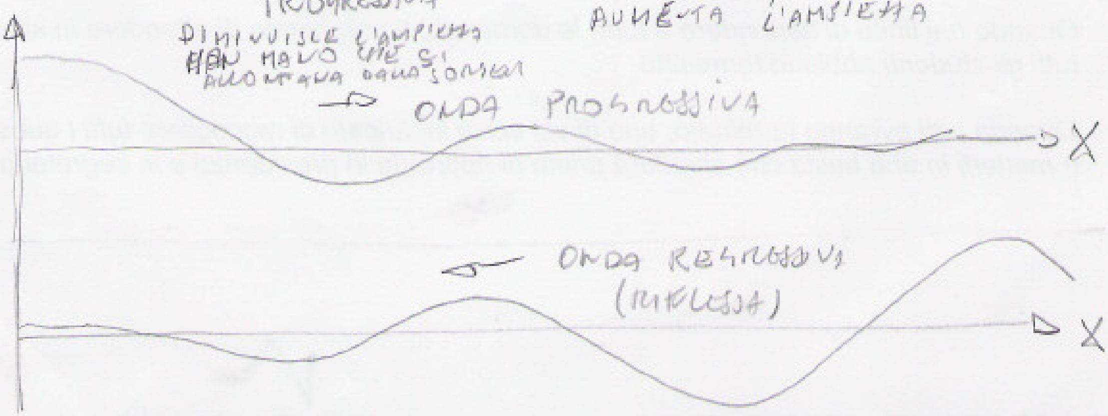
$$\gamma = \begin{cases} \alpha = Re(\gamma) = \sqrt{\dfrac{1}{2}\left[\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)} + (R \cdot G - \omega^2 LC)\right]} & \text{(costante di attenuazione)} \\ \beta = Imm.(\gamma) = \sqrt{\dfrac{1}{2}\left[\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C)} - (R \cdot G - \omega^2 LC)\right]} & \text{(costante di fase)} \end{cases}$$

Da cui

$$\boxed{V_{(x)} = \underbrace{A \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}}_{\text{onda progressiva (diretta)}} + \underbrace{B \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}}_{\text{onda regressiva (riflessa)}}}$$

Onda progressiva

Onda regressiva (riflessa) aumenta l'ampiezza



LINEA DI LUNGHEZZA INFINITA (REGIME PROGRESSIVO) SINUSOIDALE

NB $V_{(x)} = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x}$ TENDE ALL'INFINITO CON $x \Rightarrow B = 0$

se $x = 0 \Rightarrow V_{(0)} = A \Rightarrow A$ = AMPIEZZA DEL SEGNALE PRODOTTO DAL GENERATORE

EQUAZIONI DEI TELEFONISTI

$$\boxed{V_{(x)} = V_{(0)} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} \Rightarrow I_{(x)} = \frac{V_{(0)}}{Z_0} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}}$$

Se il generatore produce una tensione sinusoidale

$V_{(0)} = V_M \cdot e^{j\omega t}$ V_M: AMPIEZZA DELLA TENSIONE GENERATORE.

$$V_{(x,t)} = V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} = V_M \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{j(\omega t - \beta x)}$$

OSSERVAZIONE

$e^{j(\omega t - \beta x)}$ RIMANE COSTANTE SE RIMANE COSTANTE

$\omega t - \beta x \Rightarrow \omega t = \beta x$

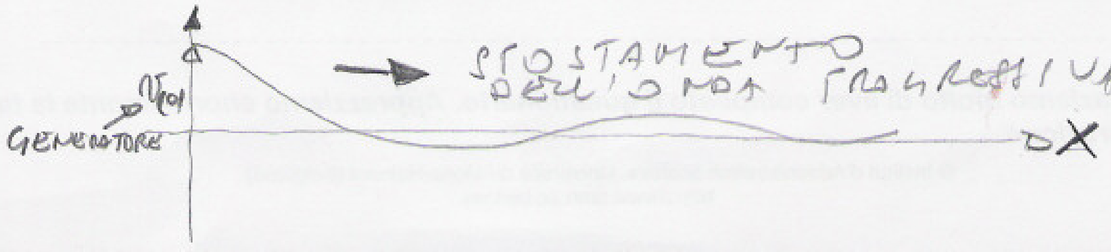
$\Rightarrow$ SE AUMENTO t $\exists$ VALORE x

$\left(x = \frac{\omega t}{\beta}\right)$ Tale che l'onda assume lo stesso valore

$\Rightarrow$ ONDA PROGRESSIVA - SI SPOSTA SULLA LINEA CON VELOCITÀ

$\Delta x = \frac{\omega \Delta t}{\beta} \Rightarrow \boxed{u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{\beta}}$ VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE

$\Rightarrow$ INOLTRE DIMINUISCE L'AMPIEZZA A CAUSA DEL FATTORE $e^{-\alpha x}$

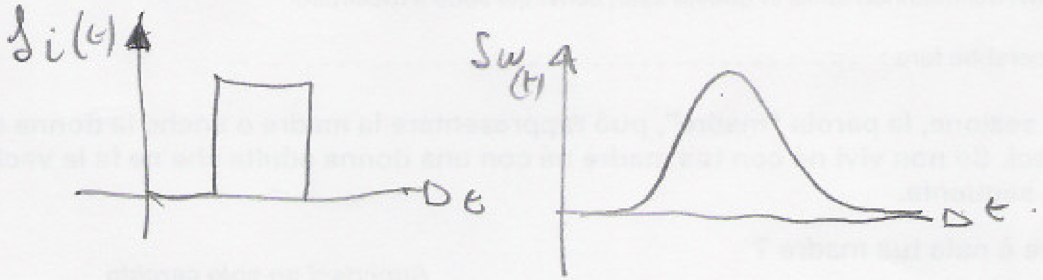


NOTA

Sia α (costante di attenuazione) e β (" " propagazione) } IN GENERALE DIPENDONO DALLA FREQUENZA

$\Rightarrow$ SE UN SEGNALE È COSTITUITO DA + FREQUENZE $\Rightarrow$ Si, ~~Sup~~ Fourier

$\Rightarrow$ ALCUNE FREQ (ARMONICHE) ARRIVANO PRIMA DI ALTRE. INOLTRE ALCUNE DI ESSE VENGONO ATTENUATE DI + $\Rightarrow$ DISTORSIONE



Se $RC = LG \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \sqrt{R \cdot G} & \text{(COSTANTE CON LA } \omega) \\ \beta = \omega\sqrt{LC} & \text{COST FASE VARIA PROPORZ. ALLA } \omega \end{cases}$

LINEA NON DISTORCENTE

INFATTI

$\Rightarrow$
- TUTTE LE FREQ VENGONO ATTENUATE NELLO STESSO MODO (α cost)
- β PROPORZIONALE A ω ‖ LA VELOCITÀ $u = \frac{\omega}{\beta}$ È UGUALE x TUTTE LE ARMONICHE

$\Downarrow$

$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ CONDIZIONE DI HEAVISIDE

LINEA IDEALE (SENZA PERDITE) 108 $R=0$ e $G=0$

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{\omega^2 L^2 \cdot \omega^2 C^2} - \omega^2 LC\right]} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\omega^2 LC - \omega^2 LC\right]} = 0 \\ \beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\quad + \quad \right]} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2\omega^2 LC} = \omega\sqrt{LC} \end{cases}$$

NON C'È DISTORSIONE

RISPETTATO HEAVISIDE

- $\gamma = j\omega\sqrt{LC}$ $\quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ IMPED. PURAMENTE RESISTIVA

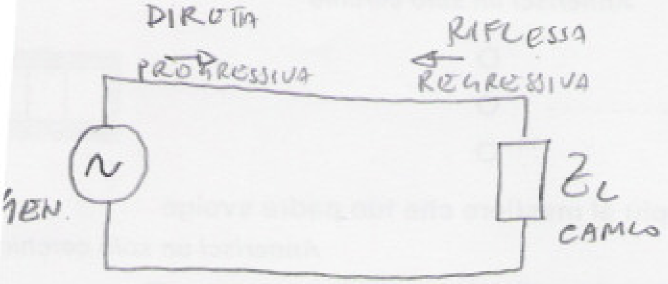
- $u = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$ VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE (DIPENDE SOLO DALLE CARATT. DIELETTRICO)

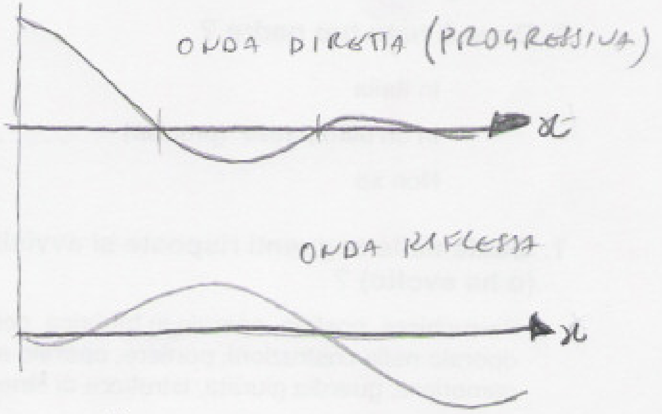
se $\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \\ \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \end{cases} \Rightarrow u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$ $\quad \frac{u}{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$ FATTORE DI VELOCITÀ

Es) 1 e 2 Pg 109 (Vol 1)

NEA DI LUNGHEZZA FINITA CHIUSA ... CARICO QUALSIASI Z_L

i HA RIFLESSIONE TOTALE O PARZIALE.





$$Z_0 \neq Z_L$$

$+$ $\quad L \quad$ $+$

SI PRODUCONO DUE ONDE $\begin{cases} \text{DIRETTA O PROGRESSIVA} \\ \text{RIFLESSA O REGRESSIVA} \end{cases}$

$$\begin{cases} V_{(x)} = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x} \\ i_{(x)} = \dfrac{A e^{-\gamma x} - B e^{\gamma x}}{Z_0} \end{cases}$$

A e B si calcolano in base alle tensioni e correnti sul carico e prodotto del generatore

Posto L lunghezza linea

1) CONDIZIONE RELATIVA AL GENERATORE $\quad V_{(0)\,(x=0)} = V_M e^{j\omega t} \quad (x=0)$

$$A + B = V_M e^{j\omega t}$$

2) CONDIZIONE SUL CARICO $\quad x = L \Rightarrow \dfrac{V(L)}{i(L)} = Z_L$

$$\Rightarrow Z_L = Z_0 \left[\frac{A \cdot e^{-\gamma L} + B \cdot e^{\gamma L}}{A \cdot e^{-\gamma L} - B \cdot e^{\gamma L}} \right]$$

OVVERO

$$\frac{A}{B} = \underbrace{\left(\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right)}_{K(L)} e^{-2\gamma L} = K_L \cdot e^{-2\gamma L}$$

COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE SUL CARICO

OTTENIAMO QUINDI UN SISTEMA LINEARE DI DUE EQUAZIONI IN DUE INCOGNITE (A e B)

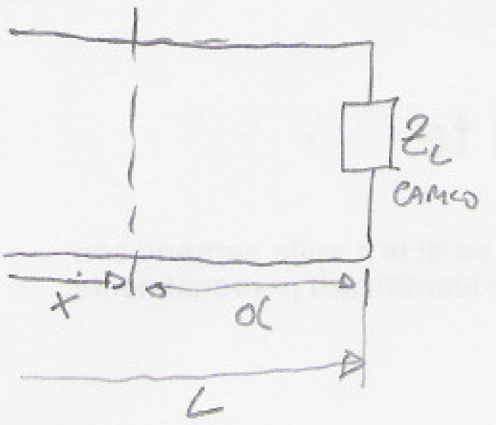
$$\begin{cases} A + B = V_M \cdot e^{j\omega t} \\ \dfrac{A}{B} = K_{(L)} \cdot e^{-2\gamma L} \end{cases} \quad \text{DA CUI} \quad \begin{cases} A = \dfrac{V_M\, e^{j\omega t}}{1 + K_{(L)} \cdot e^{-2\gamma L}} \\ B = \dfrac{V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-2\gamma L}\, K_L}{1 + K_{(L)} \cdot e^{-2\gamma L}} \end{cases}$$

SOSTITUENDO

$$\begin{cases} \underset{\text{TENSIONE}}{v_{(x)}} = \left[\dfrac{V_M \cdot e^{j\omega t}}{1 + K_{(L)} \cdot e^{-2\gamma L}}\right] e^{-\gamma x} + \left[\dfrac{K_{(L)} V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-2\gamma L}}{1 + K_{(L)} \cdot e^{-2\gamma L}}\right] e^{\gamma x} \\ \underset{\text{CORRENTE}}{i_{(x)}} = \left[\dfrac{V_M\, e^{j\omega t}}{1 + K_{(L)}\, e^{-2\gamma L}}\right] \dfrac{e^{-\gamma x}}{Z_0} - \left[\dfrac{K_{(L)} V_M\, e^{j\omega t} \cdot e^{2\gamma L}}{1 + K_{(L)}\, e^{-2\gamma L}}\right] \dfrac{e^{\gamma x}}{Z_0} \end{cases}$$

| ONDA PROGRESSIVA | ONDA REGRESSIVA |

CAMBIO RIFERIMENTO:



CONVIENE USARE COME ASCISSA LA DISTANZA DAL CARICO (d)

$$L = x + d \Rightarrow x = L - d$$

Sostituendo:

$$v(d) = \overbrace{\underbrace{\left[\frac{V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma L}}{1 + K(L) \cdot e^{-2\gamma L}}\right]}_{V_L^+} e^{\gamma d}}^{v(d)^+} + \overbrace{\underbrace{\left[\frac{V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma L} K(L)}{1 + K(L) \cdot e^{-2\gamma L}}\right]}_{V_L^-} \cdot e^{-\gamma d}}^{v(d)^-}$$

TENSIONE SUL CARICO (d=0) DOVUTA ALL'ONDA PROGRESSIVA

TENSIONE SUL CARICO (d=0) DOVUTA ALL'ONDA REGRESSIVA

$$i(d) = \frac{1}{Z_0}\left[\frac{V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma L}}{1 + K(L) \cdot e^{-2\gamma L}}\right] e^{\gamma d} - \left[\frac{V_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma L} \cdot K(L)}{1 + K(L) \cdot e^{-2\gamma L}}\right] \frac{e^{-\gamma d}}{Z_0}$$

$\Downarrow$ FORMA + SINTETICA

$$v(d) = \overbrace{V_L^+ e^{\gamma d}}^{v(d)^+} + \underbrace{V_L^- e^{-\gamma d}}_{v(d)^-} = V_L^+ \left(e^{\gamma d} + K(L) e^{-\gamma d}\right)$$

$$i(d) = \frac{\overbrace{V_L^+ e^{\gamma d}}^{v(d)^+}}{Z_0} - \frac{\overbrace{V_L^- e^{-\gamma d}}^{v(d)^-}}{Z_0} = \frac{V_L^+}{Z_0}\left(e^{\gamma d} - K(L) e^{-\gamma d}\right)$$

NB

$$\boxed{\frac{V_L^-}{V_L^+} = K(L) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}}$$

COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE SUL CARICO

COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE IN UN P.TO QUALSIASI

$$\begin{cases} V(d)^{+} = V_L^{+} \cdot e^{\gamma d} \\ V(d)^{-} = V_L^{+} K(L) \cdot e^{-\gamma d} \end{cases}$$

TENSIONI SULLA LINEA DOVUTE ALLE ONDE DIRETTA E RIFLESSA A DISTANZA "d" DAL CARICO

$$K(d) = \frac{V(d)^{-}}{V(d)^{+}} = \frac{V_L^{+} \cdot K(L) \cdot e^{-\gamma d}}{V_L^{+} e^{\gamma d}} = K(L) \cdot e^{-2\gamma d}$$

COEFF. DI RIFLESSIONE A DISTANZA "d" DAL CARICO.

NB
- × $\alpha = 0$ (NO PERDITE) : $\|K(d)\| = \|K(L)\|$
- LA FASE DI $K(d)$ VARIA PROPORZIONALMENTE AL DOPPIO DELLA DISTANZA (d) DAL CARICO

NB $V(d)^{-} = V_L^{+} \cdot K(d) \cdot e^{\gamma d}$

E) 3 e 4 pg 113 (Vol 1)

IMPEDENZA DELLA LINEA IN UN P.TO A DISTANZA (d) DAL CARICO

$$\begin{cases} V(d) = V_L^{+} \left(e^{\gamma d} + K(L) \cdot e^{-\gamma d} \right) \\ i(d) = \dfrac{V_L^{+}}{Z_0} \left(e^{\gamma d} - K(L)\, e^{-\gamma d} \right) \end{cases}$$

$$\boxed{Z(d) = \frac{V(d)}{i(d)} = Z_0 \cdot \frac{1 + K(d)}{1 - K(d)}}$$

E 5 e 6 pg 115 (Vol 1)

REGIME STAZIONARIO

SE $Z_L \neq Z_0 \Rightarrow$ L'ONDA DIRETTA (PROGRESSIVA) VIENE RIFLESSA DAL CARICO (TUTTA O IN PARTE)

ONDA DIRETTA INCIDENTE (PROGRESSIVA)

- $v^+_{(d)} = V^+_L \, e^{\gamma d}$

ENERGIA ASSORBITA DAL CARICO

ONDA RIFLESSA REGRESSIVA

- $v^-_{(d)} = V^+_L \cdot K_{(L)} \, e^{-\gamma d}$

QUESTA ENERGIA VIENE RIFIUTATA DAL CARICO E RESPINTA AL GENERATORE

CARICO $Z_{(L)}$

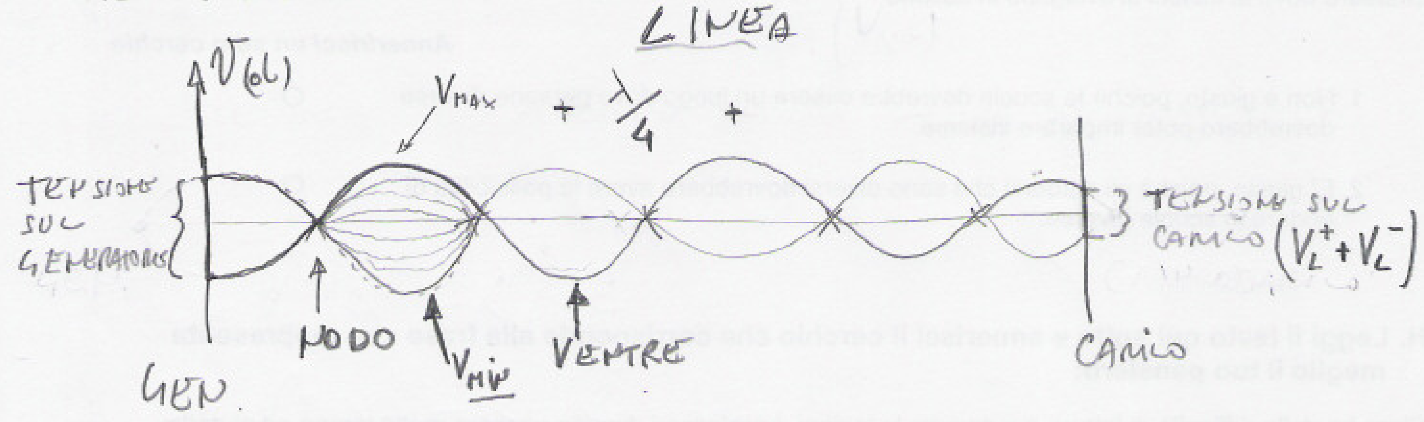
- L'ONDA RIFLESSA SI PROPAGA CON LA STESSA VELOCITÀ DI QUELLA DIRETTA

$\Downarrow$

LE DUE ONDE SI SOMMANO FORMANDO DEI PUNTI DI MAX, MIN e INTERMEDI (NODI) FISSI

$\Downarrow$

REGIME STAZIONARIO



VALORI P^{ti} MAX E MIN VEDI Pg 117 e 118 LdT (Vol 1)

(RAPPORTO ONDE STAZIONARIE)" ρ

<u>Def</u> $\rho = \dfrac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \dfrac{I_{MAX}}{I_{MIN}} = \dfrac{1+\|K_{(L)}\|}{1-\|K_{(L)}\|}$

$\Rightarrow \boxed{\|K_{(L)}\| = \dfrac{\rho-1}{\rho+1}}$

$Z_{MAX} = Z_0 \cdot \rho$ $\qquad Z_{MIN} = \dfrac{Z_0}{\rho}$

Es. 7, 8 - Pg 120 (LDT 1°V.)

LINEA ADATTATA $Z_L = Z_0$

$$\frac{V_L^-}{V_L^+} = K_{(L)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0 \Rightarrow \rho = \frac{1 + \|K_{(L)}\|}{1 - \|K_{(L)}\|} = 1 \qquad (V_{MAX} = V_{MIN})$$

$$V_L^- = 0 \Rightarrow \begin{cases} V(d) = V_L^+ e^{\gamma d} \\ i(d) = \frac{V_L^+ e^{\gamma d}}{Z_0} \end{cases} \qquad Z(d) = \frac{V(d)}{i(d)} = Z_0$$

C'È SOLO L'ONDA PROGRESSIVA $\Rightarrow$ È COME SE LA LINEA AVESSE UNA LUNGHEZZA INFINITA

$\Downarrow$

TUTTA L'ENERGIA PRODOTTA DAL GENERATORE VIENE ASSORBITA DAL CARICO

LINEA IN CORTO CIRCUITO ($Z_L = 0$)

$$K_{(L)} = \frac{V_L^-}{V_L^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1$$

$V_L^- = -V_L^+$ TUTTA L'ONDA PROGRESSIVA VIENE RIFLESSA E INVERTITA DI FASE (SI ANNULLANO A VICENDA)

$V_{(L)} = V_L^+ + V_L^- = 0$

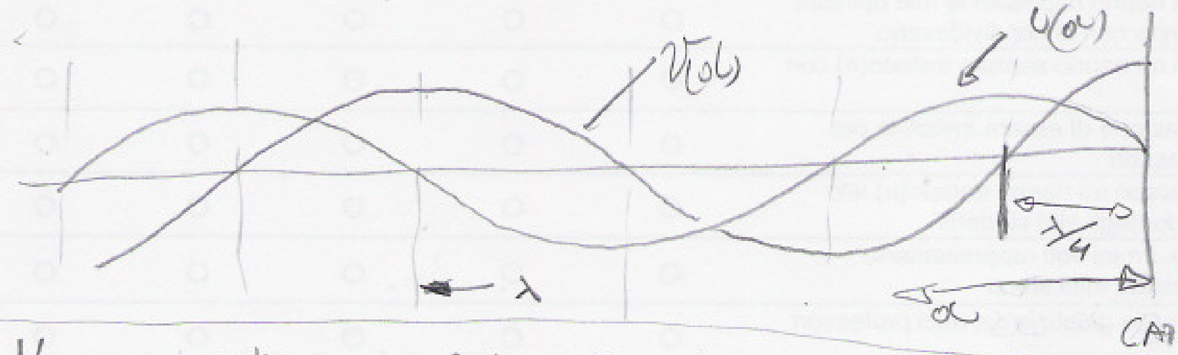
$$\rho = \frac{1 + \|K_{(L)}\|}{1 - \|K_{(L)}\|} = \frac{1+1}{1-1} = \infty$$

CI SONO DUE ONDE STAZIONARIE DIVERSE X LA TENSIONE E PER LA CORRENTE SFASATE DI 90° GRADI

LA LORO SOMMA PRODUCE $V_{(L)} = 0$ (COME È GIUSTO CHE SIA IN UN C. C.)

SE $\alpha = 0 \Rightarrow \gamma = J\beta$!

$$\begin{cases} V_{(d)} = V_L^+ e^{J\beta d} + V_L^- e^{-J\beta d} = V_L^+ \left(e^{J\beta d} - e^{-J\beta d}\right) = 2J V_L^+ \sin(\beta d) \\ i_{(d)} = \frac{1}{Z_0}\left[V_L^+ e^{J\beta d} - V_L^- e^{-J\beta d}\right] = \frac{V_L^+}{Z_0}\left[e^{J\beta d} + e^{-J\beta d}\right] = \frac{2V_L^+}{Z_0} \cos(\beta d) \end{cases}$$



$$\begin{cases} V_{MAX} = 2J V_L^+ \quad \text{per} \quad \beta d = \frac{\pi}{2} + 2K\pi \\ V_{MIN} = -2J V_L^+ \quad \text{per} \quad \beta d = \frac{3}{2}\pi + 2K\pi \\ V(d) = 0 \quad \text{per} \quad \beta d = K\pi \end{cases}$$

NB $\beta = \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\beta d = \frac{d \cdot 2\pi}{\lambda}$ $= \frac{\pi}{2} + 2K\pi$; $= \frac{3}{2}\pi + 2K\pi$; $= \frac{K}{\pi}$

NB CI SONO INFINITI VALORI DI RISONANZA TUTTI QUELLI X CUI L MULTIPLO DI $\frac{\lambda}{4}$

LINEA APERTA ($Z_L = \infty$)

$$K_{(L)} = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z_L}}{1 + \frac{Z_0}{Z_L}} = 1 \qquad \rho = \infty$$

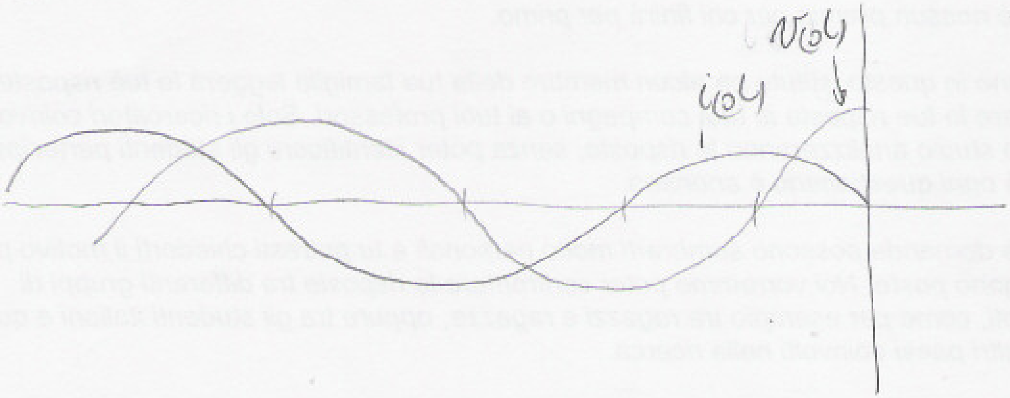
L'ONDA PROGRESSIVA VIENE TOTALMENTE RIFLESSA SENZA INVERSIONE DI FASE

$$V_L^+ = V_L^-$$

$$V_{MAX} = 2\|V_L^+\| = 2\|V_L\| \qquad \underline{V_{MIN} = 0}$$

$$d=0 \begin{cases} V(d) = \underline{V_L e^{j\beta d} + V_L e^{j\beta d}} = 2V_L^+ \cos(\beta d) \\ I(d) = \frac{1}{Z_0}\left(V_L^+ e^{j\beta d} - V_L^- e^{-j\beta d}\right) = 2jV_L^+ \operatorname{sen}(\beta d) \end{cases}$$

SITUAZIONE SIMILE ALLA LINEA IN CORTO CIRCUITO



RISUONA SEMPRE x $L = K\frac{\lambda}{2}$

§ 9 pg $\underline{125}$

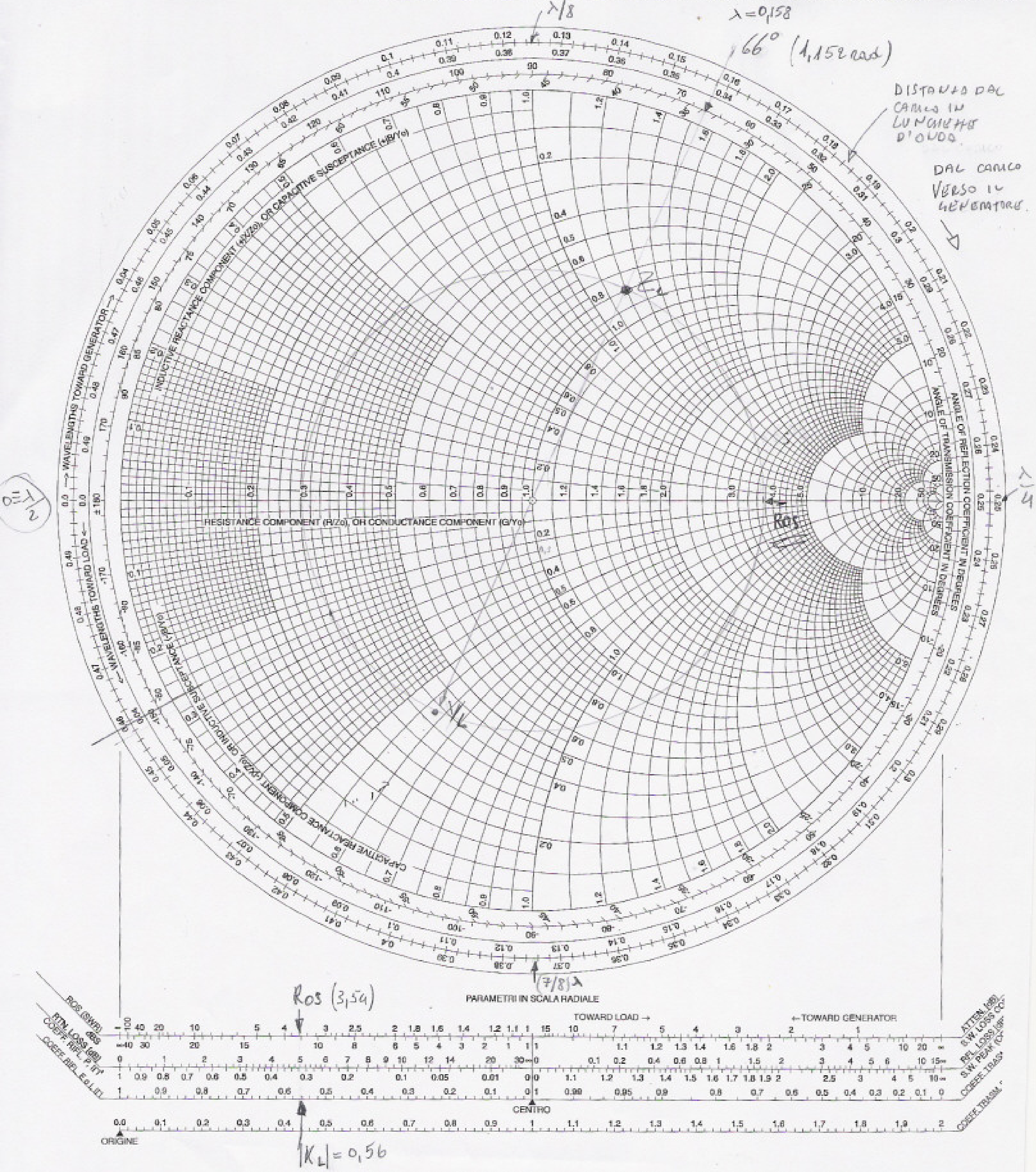


FIGURA 18
Carta di Smith.

Avendo effettuato una trasformazione dal piano complesso x-r (piano impedenze malizzate) al piano complesso u-v (piano coefficiente di riflessione), ogni punto carta di Smith rappresenta il coefficiente di riflessione, che può perciò essere dete nato misurando la lunghezza del segmento σ che unisce il punto considerato con l gine degli assi u-v.

Naturalmente ogni punto di una linea adattata (coefficiente di riflessione nullo) è presentato dal centro della carta (origine degli assi u-v), dove si ha $r = 1$ e $x = 0$.

Per linee nelle quali si ha invece riflessione totale (linea in cortocircuito e aperta), il coefficiente di riflessione ha modulo unitario ed è contenuto nell

CARTA DI SMITH Pg 126

PERMETTE IL CALCOLO DI $z(d)$ quando è chiusa su un carico Z_L (X VIA GRAFICA)

POSTO $\hat{Z}(d) = \frac{Z(d)}{Z_0} = \frac{1+K(d)}{1-K(d)}$ IMPEDENZA NORMALIZZATA } NUMERI COMPLESSI

DOVE $\begin{cases} K(d) = u + jv \\ \hat{Z}(d) = r + jx \end{cases}$

SOSTITUENDO A $\hat{z}(d)$ e $K(d)$ le relative componenti reali e complesse e uguagliandole si ottiene dopo il calcolo:

$$\begin{cases} r = \frac{1-(u^2+v^2)}{(1-u)^2+v^2} \\ x = \frac{2v}{(1-u)^2+v^2} \end{cases}$$

SIA FISSANDO r che x si ottengono al variare di u e v delle circonferenze

FISSATO r:

r	RAGGIO	CENTRO u_0	v_0
0	1	0	0
1	1/2	$\frac{1}{2}$	0
∞	0	1	0

RAGGIO $= \frac{1}{1+r}$

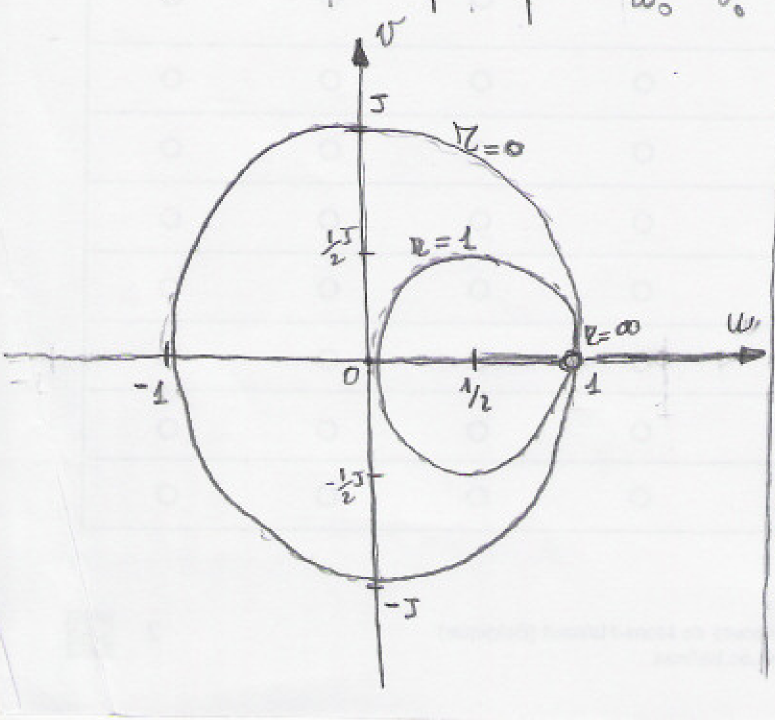
CENTRO $\left(\frac{r}{1+r}, 0\right)$ (u_0, v_0)

FISSATO x:

x	RAGGIO	CENTRO u_0	v_0
0	∞	1	0
1	1	1	1
∞	0	1	∞

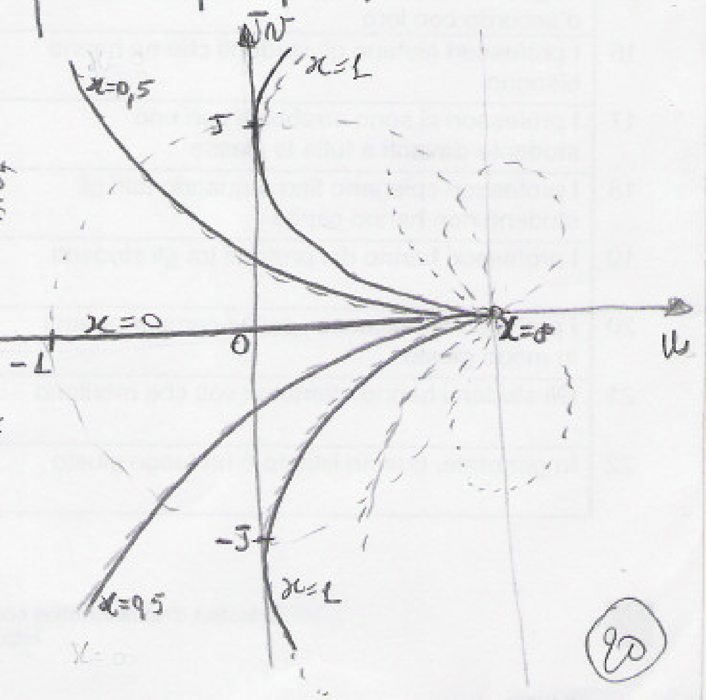
RAGGIO $= \frac{1}{x}$

CENTRO $\left(1, \frac{1}{x}\right)$ (u_0, v_0)



REATTANZA INDUTTIVA

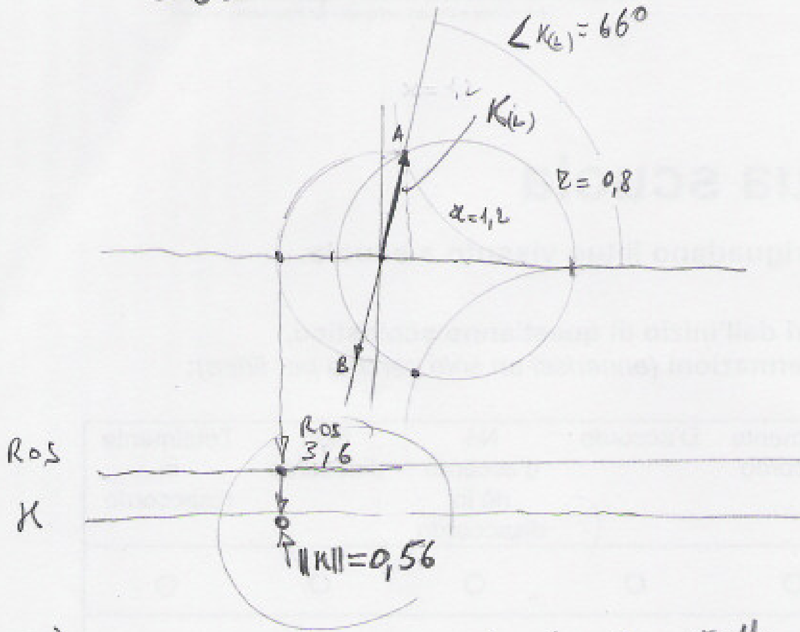
REATTANZA CAPACITIVA



1) DATA L'IMPEDENZA NORMALIZZATA, $\hat{z}(d)$ SI PUÒ TROVARE IL COEFF. RIFLESSIONE $K(d)$. PER $r=1$ e $x=0$ il coeff $K(d)=0 \Rightarrow$ LINEA ADATTATA

3) $Z_L = 40+j60\,\Omega$ || $\hat{z}_L = \frac{40+j60}{50} = \overset{r}{0{,}8} + j\overset{x}{1{,}2}$

$Z_0 = 50\,\Omega$

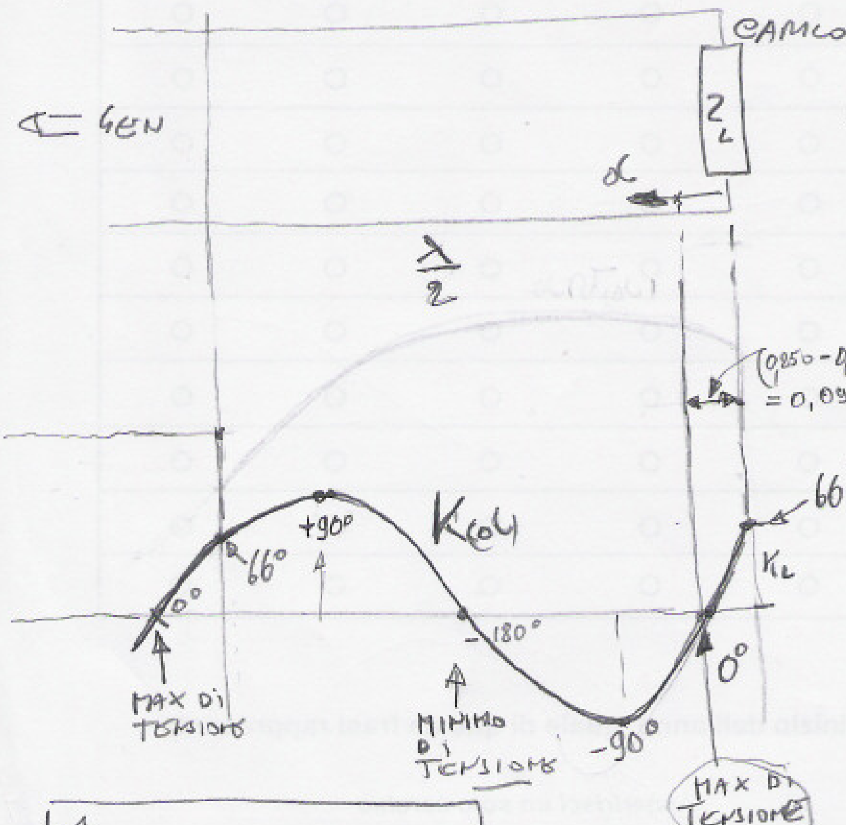


$K_L = 0{,}56 \cdot e^{j66°} = 0{,}56 \cdot e^{j1{,}152\,rad}$ (SUL CARICO)

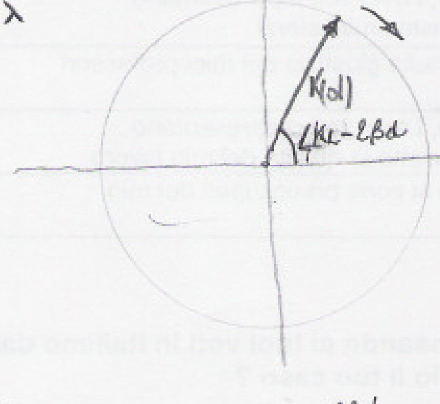
$R_{OS} = \frac{1+\|K\|}{1-\|K\|} = \frac{1+0{,}56}{1-0{,}56} = 3{,}54$

2) IL MOD $\|K(d)\|$ è costante su tutta la linea (VARIA SOLO LA FASE $= 2\beta d$)

$K(d) = K_L \cdot e^{-j2\beta d}$ ← FASE



AL VARIARE DI "d" (CI SI SPOSTA VERSO IL GENERATORE) $K(d)$ RUOTA IN SENSO ORARIO DESCRIVENDO UN CERCHIO DI RAGGIO $\|K_L\|$

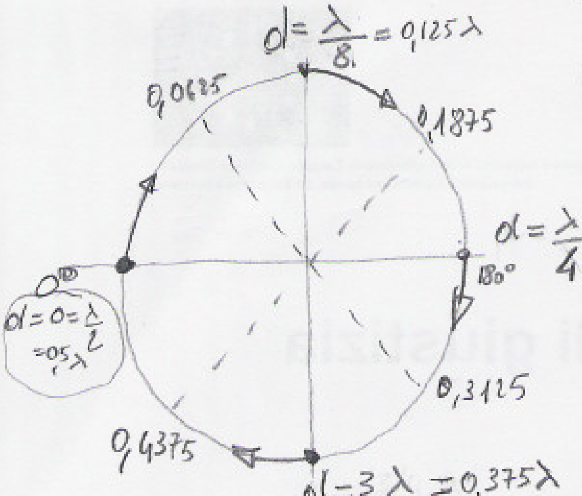


$$\boxed{\hat{z}(d) = \frac{Z(d)}{Z_0} = \frac{1+K(d)}{1-K(d)}}$$

QUANDO $K(d)$, all'aumentare di "d", ha fatto un giro completo $\Rightarrow$ $\underline{2\beta d = 2\pi}$

DA CUI $d_{(1\,giro)} = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\lambda}{2}$

360° ROTAZ. di $K(d)$ CORRISPONDONO a $\frac{\lambda}{2}$



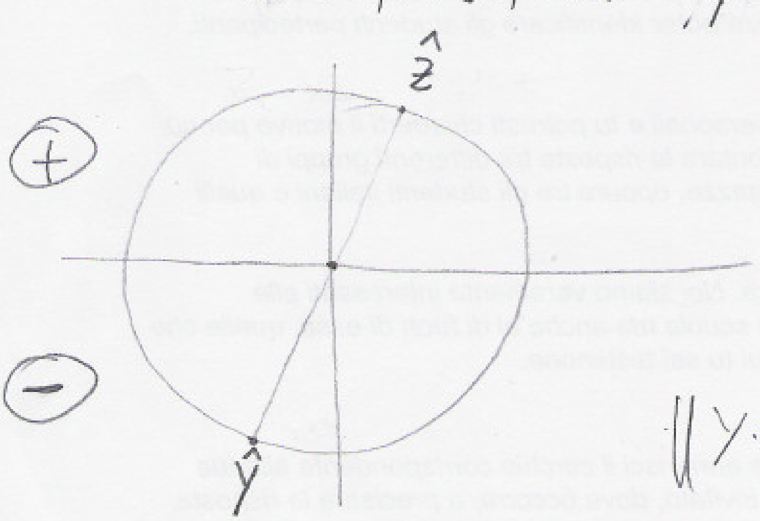
PERCORSO DAL CARICO AL GENERATORE

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Se } Z=r+jx \text{ e } Y=g+jb \\ \text{Per essere } Z\cdot Y=1 \\ \text{ovvero } Z=\frac{1}{Y}: \\ g=\frac{r}{x^2+r^2} \qquad b=\frac{-x}{x^2+r^2} \end{array}}$$

3) AMMETTENZA

IL PUNTO DIAMETRALMENTE OPPOSTO ALLA $\hat{Z}(d)$ È L'AMMETTENZA $\hat{Y}(d)$

Es) $\hat{Z}=0{,}8+j1{,}2 \Rightarrow \hat{Y}=0{,}385-j0{,}577$



Posto $\hat{Y}=\frac{Y}{Y_0}$

$$Y=\hat{Y}\cdot Y_0=\frac{\hat{Y}}{Z_0}=\frac{0{,}385-j0{,}577}{50}$$

$$=(7{,}7-j11{,}54)\,mS$$

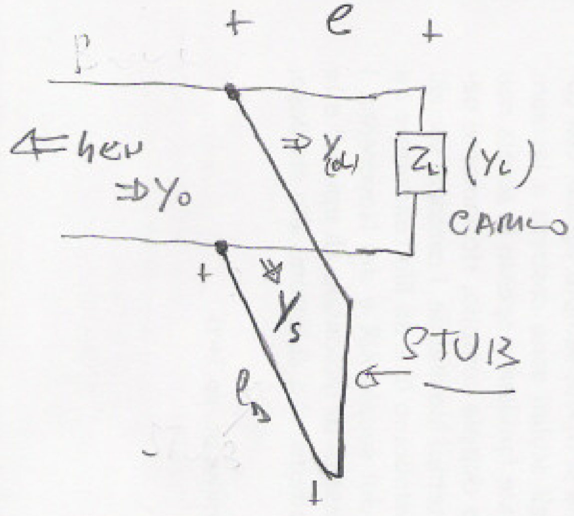
$$\| Y\cdot Z=(7{,}7-j11{,}54)\,mS\times(40+j60)=$$
$$=1+j0$$

NB 1) i valori di r e x vanno sostituiti rispettivamente con g e b

2) i valori di x e b sono negativi nella parte inferiore del Diagramma

NB se $Z=r+jx=\frac{1+u+jv}{1-u-jv} \Rightarrow Y=G+jB=\frac{1-u-jv}{1+u+jv} \Rightarrow Z\cdot Y=\frac{1+u+jv}{1-u-jv}\times\frac{1-u-jv}{1+u+jv}=1$

ADATTAMENTO CON STUB (CODA)



BREVE DERIVAZIONE DELLA LINEA POSTA IN CORTO CIRCUITO IN MODO DA FORMARE UNA IMPEDENZA TOTALE UGUALE A Z_0

PROBLEMA: calcolo di

ℓ: DISTANZA DAL CARICO ALLA QUALE COLLEGARE LO STUB

ℓ_L: lunghezza dello stub

NB PRIMA DEL GENERATORE SI DEVE VEDERE UNA AMMETTENZA Y_0

OVVERO

$$Y_0 = G_0 + jB_0 = Y_s + Y_{(d)}$$

Y_s AMMETTENZA ALL'INGRESSO DELLO STUB

Y_L AMMETTENZA LINEA NEL PTO DI DERIVAZIONE

$$= \underbrace{\overset{=0}{G_s} + j b_s}_{\text{STUB}} + G_{(d)} + j b_{(d)} = G_{(d)} + j(b_s + b_d)$$

NB NELLA LINEA IN C/C $G=0$ (PURAMENTE REATTIVA)

$Y_s = j b_s$

Da cui

$G_{(d)} = G_0$ (CALCOLO DISTANZA DELLO STUB DAL CARICO (ℓ)) ⇒ CALCOLO DI $b_{(d)}$

$b_s + b_{(d)} = b_0 \Rightarrow b_s = b_0 - b_{(d)}$ CALCOLO DELLA lunghezza dello STUB (ℓ_D)